

【課題の解答例】

次回まとめて配布

【講義の要点】

前回までは抽象的な「情報」を扱ったのに対し、今回からは具体的な「信号」を扱う。

ランダム過程（確率過程）の定義 (p. 32-33)

確率過程の特徴

- (時間) 関数
- 事前に関数 (波形) は未知

試行により標本関数を取得

⇒ 標本空間 = 標本関数の集合

$X(t)$: 確率過程 ; 確率分布により記述される標本関数の集合

$x_j(t)$: j 番目の標本関数

確率変数と確率過程の関係

- 確率変数は標本が数値
- 確率過程は標本が関数
- 確率過程のある時刻における値は確率変数

定常過程 (p. 33-35)

確率的性質が時刻に依存しない確率過程

$X(t_1), \dots, X(t_k)$ の結合累積確率分布関数 $F_{X(t_1), \dots, X(t_k)}(x_1, \dots, x_k)$ が任意の時刻シフト τ に対して

不変～式(1.3)

- すべての k で成立 : 狭義定常 (strictly stationary)
- $k=1, 2$ で成立 : 広義定常 (wide sense stationary, WSS) ⇒ p. 36
- 式(1.4) : 1次 ($k=1$) の確率分布は時刻に依存しない
- 式(1.5) : 2次 ($k=2$) の確率分布は時間差のみに依存し時刻には依存しない

平均, 相関, 共分散 (p. 35-41)

(結合) 確率密度関数 $f_{X(t_1), \dots, X(t_k)}(x_1, \dots, x_k)$

平均 : 式(1.6), 確率過程の期待値

相関 : 式(1.7), 2つの時点での関数の類似度に対応, 定常過程なら時刻差 (ラグ) のみの関数

共分散 : 式(1.10), 平均が 0 でない場合の変動成分の類似度に対応

WSS : 1次と2次の結合確率分布のみ考慮

自己相関関数の性質 (p. 36-37)

1. ラグ 0 とすると 2 乗平均値
2. 偶関数
3. ラグ 0 で最大

自己相関関数は確率過程の時間変動特性を表現 : 図 1.4

早く変動する確率過程は小さなラグでもゼロ

相関時間 (decorrelation time) の例 : R の値がラグ 0 に対し 1% となる値

例 1.2 位相がランダムな正弦波

相互相関 : 2つの確率過程に対し結合確率密度を定義し同様に導出可能

エルゴード過程 (p. 41-42)

集合平均 : 期待値, 標本空間中での平均

時間平均 (標本平均) : 1 つの標本に対して異なる時刻の値に対する平均
平均(1.24), 相関関数(1.26)

エルゴード過程 : 集合平均と時間平均が一致する定常過程

確率過程の時不変フィルタによる伝送 (p. 42-44)

電力スペクトルの後に説明

本日の課題: 1.1, 1.3 (p. 78)

- ・ 提出締切 12/15 (月) : 南 6 号館 1F メールボックス S6-4