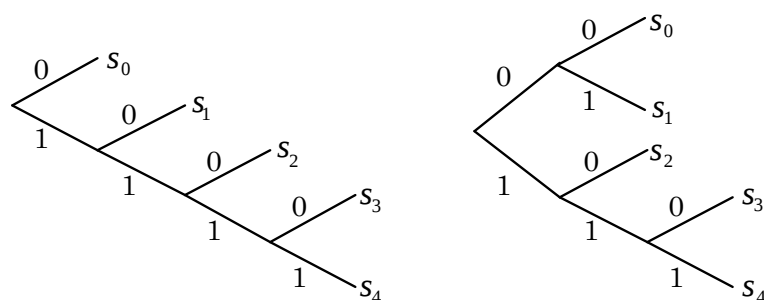


【課題の解答例】(p. 620)

9.10

シンボル	符号 I	符号 II	符号 III	符号 IV
s_0	0	0	0	00
s_1	10	01	01	01
s_2	110	001	011	10
s_3	1110	0010	110	110
s_4	1111	0011	111	111

(a) 語頭符号は I と IV である．判定木を描けばすぐに判る．



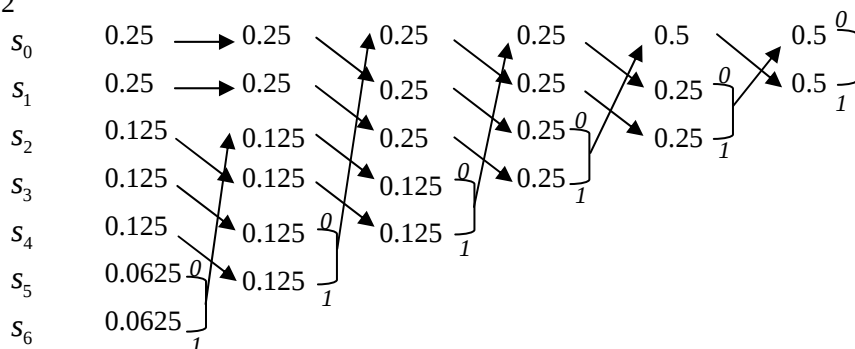
(b) $\sum_{k=0}^4 2^{-l_k}$ はそれぞれ次の値をとる．

符号 I: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = 1$, 符号 II: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = 1$,

符号 III: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$, 符号 IV: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 1$

すなわち，語頭符号はクラフト・マクミラン不等式を満足している一方，語頭条件を満足しなければ符号 III のように不等式を満足しない（より短い）符号が存在することがわかる．

9.12



すなわち符号語は s_0 10, s_1 11, s_2 001, s_3 010, s_4 011, s_5 0000, s_6 0001 となる．

平均符号長 $\bar{L} = 2 \times 0.25 \times 2 + 3 \times 0.125 \times 3 + 2 \times 0.0625 \times 4 = 2.625$,

エントロピー

$$H = 2 \times 0.25 \times \log_2 \frac{1}{0.25} + 3 \times 0.125 \times \log_2 \frac{1}{0.125} + 2 \times 0.0625 \times \log_2 \frac{1}{0.0625} = 2.625$$

符号化効率 $\eta = \frac{H}{\bar{L}} = 1$

【講義の要点】

離散無記憶通信路 (discrete memoryless channels, p. 581-584)

情報伝送の信頼性(reliability)の議論

無記憶通信路: 出力は現在の入力だけに依存

入力シンボル X と雑音を重ねた(noisy)出力シンボル Y

$\in$ 入力 J 個, 出力 K 個のアルファベット $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ (9.31), (9.32)

遷移(transition)確率分布 $p(y_k|x_j)$ (9.33), (9.34)

遷移行列(transition matrix) (9.35), 行=入力, 列=出力

任意の入力シンボルに対し, 出力シンボルの伝送確率の総和は 1: 確率分布の要件 (9.36)

入力(input)確率分布 $p(x_j)$ (9.37): 事前(a priori)確率

結合(joint)確率分布 $p(x_j, y_k) = p(y_k|x_j) p(x_j)$ (9.38)

周辺(marginal)確率分布 $p(y_k)$ (9.39)

例 9.4: 2 値対称通信路(binary symmetric channel) 図 9.8 ~ 入出力が 2 値, 各入力に対する誤り率 p

相互情報量 (mutual information, p. 584-587)

X の不確かさ: エントロピー $H(\mathcal{X})$

Y を観測したときの X の不確かさ: 条件付エントロピー $H(\mathcal{X}|y_k)$ (9.40), $H(\mathcal{X}|\mathcal{Y})$ (9.41)

$H(\mathcal{X}) - H(\mathcal{X}|\mathcal{Y})$: 通信路出力により減少した不確かさ $\equiv$ 相互情報量 $I(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$ (9.43)

同様に $I(\mathcal{Y}; \mathcal{X})$ (9.44) も定義可能

相互情報量の性質

1. 通信路の相互情報量は対称 (9.45): 証明にはベイズ則(Bayes' rule) (9.48) を使用
2. 相互情報量は非負 (9.50): 通信路出力の観測後に情報量が減ることはない
3. 相互情報量と結合エントロピーの関係 (9.54): ベン図による表現 図 9.9

通信路容量 (channel capacity, p. 587-589)

相互情報量(9.49)に結合確率(9.38)と周辺確率(9.39)を代入

$\Rightarrow$ 相互情報量は入力シンボルの発生確率 $\{p(x_j)\}$ に依存

通信路容量 C : $\{p(x_j)\}$ を変化させたときの相互情報量 $I(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$ の最大値 (9.59)

例 9.5: 2 値対称通信路 図 9.10

~ 雑音がない(noise free)とき相互情報量最大, 誤り 1/2 で通信路容量ゼロ

本日の課題: 9.17, 9.18, 9.19 (p. 621)

- ・ 提出締切 11/12 (月): 南 6 号館 1F メールボックス S6-4