

【課題の解答例】

1.26

(a) BPF 出力の PSD を $S_1(f)$, ミキサ出力の PSD を $S_2(f)$ とすると,

$$S_1(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2}, & -f_c - B < f < -f_c + B, f_c - B < f < f_c + B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$S_2(f) = \frac{1}{4} [S_1(f + f_c) + S_1(f - f_c)] = \begin{cases} \frac{N_0}{4}, & -B < f < B \\ \frac{N_0}{8}, & -2f_c - B < f < -2f_c + B, 2f_c - B < f < 2f_c + B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

となる. これより, LPF 出力の PSD を $S_0(f)$ とすれば,

$$S_0(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{4}, & -B < f < B \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, R_0(\tau) = \frac{N_0 B}{2} \text{sinc } 2B\tau$$

を得る. なお, sinc 関数は

$$\text{sinc } x = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$$

と定義する.

(b) LPF 出力の平均値は明らかにゼロとなる. 分散は PSD の積分に一致するので $\frac{N_0 B}{2}$ となる.

(c) 自己相関関数より $2B$ sample/s でサンプリングすると各サンプルは無相関となる.

【講義の要点】

整合フィルタ (p. 248-253)

信号検出問題: 雑音 (通常は受信機内部雑音) の中からパルス信号を検出

AWGN に埋もれたパルス (4.1)

最適フィルタ設計: 雑音の影響を最小にする LTI フィルタ

フィルタ出力 (4.2), 時刻 $t=T$ でサンプリング

信号対雑音電力比のピーク値 (ピーク SNR) (4.3) を最大化

出力波形 (4.4), 瞬時電力 (4.5), 雑音 PSD (4.6), 雑音電力 (4.7), ピーク SNR (4.8)

シュワルツの不等式 (4.9): |関数の内積| ≤ 各関数のノルムの積 ~ ベクトルと同じ

等号条件 (4.10): 2 つの関数が互いに共役; 定数倍含む

最適フィルタ (MF) = 整合フィルタ (4.14): 伝達関数が入力信号スペクトルの共役,

インパルス応答が入力信号の時間反転 (4.16)

整合フィルタの性質 (p. 251-252)

MF による信号検出では, ピーク SNR は入力信号の波形によらず信号のエネルギーと雑音の PSD の比のみで決まる (4.20)

例 4.1 方形パルスに対する整合フィルタ (p. 252-253)

MF のインパルス応答も方形: 積分器で置き換え (図 4.3) ~ integrate-and-dump 回路

雑音による誤り率 (p. 253-259)

Polar non-return-to-zero (NRZ) (4.21): 0/1 をパルスの±で伝送. パルス幅とシンボル間隔が同じ.
判定器 (図 4.4) : MF 出力から送信シンボルを判定, 判定しきい値

2 種類の誤り: 0 を送信し 1 と判定 / 1 を送信し 0 と判定

0 を送信した場合の判定器入力(4.23): 送信シンボルとガウス雑音の和 情報理論と同じ式

(注: 式(4.23)の 1 行目右辺は $\frac{1}{T_b}$ 倍が抜けている)

雑音の分散(4.26): シンボル長に反比例

条件付確率(4.28): 誤差補関数(4.29)により表現 $\Rightarrow$ しきい値の関数(4.31)

1 を送信した場合の誤り率(4.34)

平均誤り率(4.35): 送信シンボル確率に依存

しきい値の決定

誤り率最小条件(4.37)

最尤復号 (情報理論の項参照) : 尤度が一致する点をしきい値

$\Rightarrow$ シンボル発生が等確率なら一致: 0

このときの誤り率は誤差補関数(4.40)

本日の課題: 4.1 (p. 300)

- ・ 提出締切 1/29 (火) : 南 6 号館 1F メールボックス S6-4