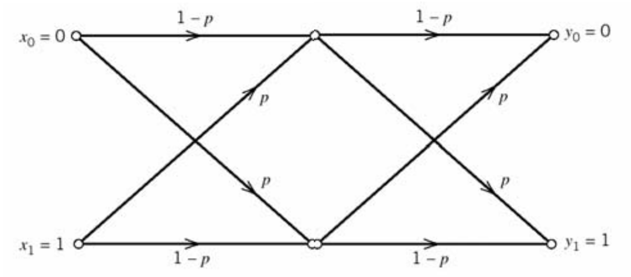
通信伝送工学第７回　情報理論の基礎６：誤り訂正符号（教科書 p.636-641）

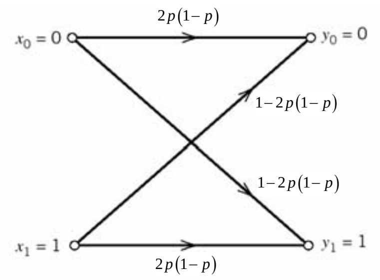
【中間試験】
11 月 27 日（火）10:40-12:10
出題範囲：通信伝送のモデルと具体例，情報源符号化，データ圧縮，通信路容量，通信路符号
　　　　　＊誤り訂正符号は期末試験の範囲とし，今回は含まない
出題内容：概念・定義の説明，これまでに出した演習問題と類似の問題

【課題の解答】(p. 621)
9.22



$$P(y_0\,|\,x_0)=(1-p)^2+p^2=1-2p(1-p)$$
$$P(y_0\,|\,x_1)=p(1-p)+(1-p)p=2p(1-p)$$

これは次の 2 値対称通信路と等価



$$C=1-H\left(2p(1-p)\right)$$
$$=1+2p(1-p)\log_2\left[2p(1-p)\right]+\left\{1-2p(1-p)\right\}\log_2\left[1-2p(1-p)\right]$$

符号のミスを訂正しました

【講義の要点】
通信路符号化定理の 2 値対称通信路への応用 (p. 591-592) *前回説明が不適切だった箇所*
情報源のビットレート　$1/T_s$ [bit/s]
符号化率 r $(=T_c/T_s)$
符号器のシンボルレート　$1/T_c$ [symbol/s]
通信路容量　C [bit/symbol]
～ 通信路符号化定理: $1/T_s \leqq C/T_c \Rightarrow r \leqq C$ なら誤りを無限に小さくできる
ブロック符号のアナロジー

情報	⇒	情報　｜冗長	⇒	情報｜冗長
	冗長度の付加		*時間軸の圧縮*	

誤り制御符号 (error-control coding) (p. 626-629)
前方誤り訂正 (Forward error correction, FEC): 図 10.1
　通信路符号化器(channel encoder)／復号化器(decoder) ⇒ コーデック (codec)
　冗長度(redundancy)の付与による誤りの低減
FEC の欠点: 伝送帯域の増大，復号器の複雑さ(complexity)
誤り訂正符号の種類: ブロック符号(block code)，畳み込み符号(convolutional code)
　⇒ それぞれ符号化器が無記憶か否か

(n, k)ブロック符号: k ビットの情報に n–k ビットの冗長ビットを加えて n ビットを伝送
符号語(code word): n ビットの並び, ブロック長(block length): n, 符号化率: $r=k/n$ (<1)
情報源ビットレート(bit rate of source) R_s ⇒ 通信路データレート (channel data rate) $R_0=R_s/r$
畳み込み符号: 符号化器のインパルス応答(impulse response)と入力系列との
離散畳み込み(discrete convolution)

自動再送要求 (automatic-repeat request) (p. 628-629)
誤りを検出し再送を要求: 複信(二重通信, duplex link)が必要
Stop-and-wait 方式（半二重）, pullback 方式（全二重）, 選択再送(selective repeat)方式（全二重）

<u>離散無記憶通信路</u> (p. 629-632)
2 値対称通信路(BSC): 遷移確率 p のみで表現可能
大半のディジタル通信路は 2 値符号・硬判定(hard decision)
硬判定: 代数的アプローチ ⇔ 軟判定: 確率的アプローチ

通信路符号化定理ふたたび (p.630-631)
通信路容量 C: 信頼できる情報伝送レートの上限, どう実現するかは明示されていない.
よい符号(good code): 通信路容量を超えない最大限の伝送速度で誤りの少ない伝送が可能な符号

表記法 (p. 631-632)
2 値符号のみを扱う ⇒ modulo-2 演算（2 の剰余系）〜論理回路と同じ
和: XOR (exclusive or) と等価
積: AND (and) と等価

<u>線形ブロック符号 (linear block codes)</u> (p. 632-641)
線形符号 (linear code): 二つの符号語の modulo-2 和が第三の符号語となる
(n, k)線形ブロック符号: n–k ビットはパリティビット(parity bits)
組織符号(systematic code): 情報ビットを加工しない符号
パリティビットを情報ビットの線形（一次）結合(linear sum)で表現 (10.2)
係数 p_{ij} (10.3): 生成行列(generator matrix)の要素, 各行は一次独立
ベクトル・行列表現: 情報ベクトル **m** (10.4), パリティベクトル **b** (10.5), 符号語ベクトル **c** (10.6),
係数行列 **P** (10.7), 符号語の生成行列 **G** (10.12)
情報ベクトル **m**: k 次元のすべての 2 値ベクトル
線形性: 情報ベクトルの和の符号語は各符号語の和
パリティ検査(parity-check)行列 **H** (10.14): **H** と $\mathbf{G}^T$ は直交 (10.15) 〜 符号語の検査 (10.16)

例 10.1 繰り返し符号 (repetition code) (p. 635)
線形組織符号として説明可能

シンドローム(syndrome): 定義と性質 (p. 635)
通信路による誤り〜誤りベクトル **e** (10.17)
シンドローム **s** (10.19) の性質
1. 誤りベクトルのみに依存し送信した符号語には依存しない
2. コセット(coset): 同じシンドロームを与える誤りパターンの集合〜2^{n-k} 通り

⇒ n–k<n なら劣決定(underdetermined) 〜 最適な復号？

本日の課題: 中間試験前なので出題なし.