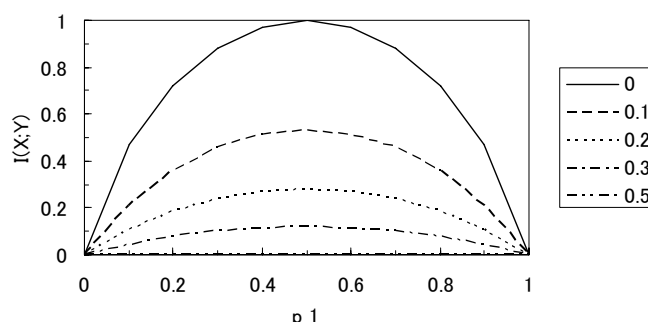


【課題の解答】 (p. 621)

9.19

$$\begin{aligned}
 I(\mathcal{X}; \mathcal{Y}) &= \sum_{j=0}^1 \sum_{k=0}^1 p(x_j, y_k) \log_2 \left(\frac{p(x_j, y_k)}{p(x_j) p(y_k)} \right) \\
 &= p \log_2 p + (1-p) \log_2 (1-p) \\
 &\quad - [p_1(1-p) + (1-p_1)p] \log_2 [p_1(1-p) + (1-p_1)p] \\
 &\quad - [p_1 p + (1-p_1)(1-p)] \log_2 [p_1 p + (1-p_1)(1-p)]
 \end{aligned}$$



【講義の要点】

相互情報量 (mutual information, p. 584-587)

X の不確かさ: エントロピー $H(\mathcal{X})$

Y を観測したときの X の不確かさ: 条件付エントロピー $H(\mathcal{X}|Y_k)$ (9.40), $H(\mathcal{X}|\mathcal{Y})$ (9.41)

$H(\mathcal{X}) - H(\mathcal{X}|\mathcal{Y})$: 通信路出力により減少した不確かさ $\equiv$ 相互情報量 $I(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$ (9.43)

通信路容量 (channel capacity, p. 587-589)

相互情報量(9.49)に結合確率(9.38)と周辺確率(9.39)を代入

$\Rightarrow$ 相互情報量は入力シンボルの発生確率 $\{p(x_j)\}$ に依存

通信路容量 C : $\{p(x_j)\}$ を変化させたときの相互情報量 $I(\mathcal{X}; \mathcal{Y})$ の最大値 (9.59)

例 9.5: 2 値対称通信路 図 9.10

$\sim$ 雑音がない(noise free)とき相互情報量最大, 誤り 1/2 で通信路容量ゼロ

通信路符号化定理 (channel-coding theorem, p. 589-593)

通信の信頼度 (level of reliability): 雑音により劣化, 誤り率で表現

無線では $10^{-1} \Rightarrow 10^{-6}$ 以下に

通信路符号化 (channel coding) 図 9.11: 冗長度 (redundancy) 付与による信頼性向上

符号器 (encoder) と復号器 (decoder)

ブロック符号 (block coding, 10 章): k ビットを $n (>k)$ ビットにマッピング (mapping)

符号化率 $r = k/n < 1$

任意の平均誤り率 $\varepsilon (\ll 1)$ 以下となる通信路符号化は存在するか? $\Rightarrow$ 存在する!

シャノンの第 2 定理 (Shannon's second theorem) $\equiv$ 通信路符号化定理

$H(\mathcal{S})$: アルファベット $\mathcal{S}$ のエントロピー [bit], T_s : 1 シンボルの生成間隔 [s]

$\Rightarrow$ 平均情報レート $H(\mathcal{S})/T_s$ [bit/s]

C : 離散無記憶通信路の通信路容量 [bit], T_c : 1 シンボルの伝送に必要な時間 [s]

$\Rightarrow$ 単位時間当たり通信路容量 C/T_c [bit/s]

(i) 平均情報レート $\leq$ 単位時間当たり通信路容量 $\Rightarrow$ 誤り率を無限に小さくできる符号が

- 存在する
- (ii) 平均情報レート $>$ 単位時間あたり通信路容量 $\Rightarrow$ 誤り率を無限に小さくできる符号は存在しない

通信路符号化定理の特徴 ～ 存在定理

- ・ 具体的な符号化を提示するものではない.
- ・ 具体的な誤り率を与えるものではない.

通信路符号化定理の 2 値対称通信路への応用 (p. 591-592)

情報源ビットレート $1/T_s$ [bit/s]

符号化率 $r (= T_c / T_s)$

符号器のシンボルレート $1/T_c$ [symbol/s]

通信路容量 C [bit/symbol]

～ 通信路符号化定理: $1/T_s \leq C/T_c \Rightarrow r \leq C$ なら誤りを無限に小さくできる

例 9.6: 繰り返し符号 (repetition coding)

誤り率 $p=10^{-2}$ の 2 値対称通信路 ～ $C=0.9192$ (9.60)

目標誤り率 $\varepsilon = 10^{-8}$

繰り返し符号: 同じビットを n 回伝送, 多数決復号

誤り率 (9.65) ～ 二項分布は誤りの並びのパターン

図 9.12 符号化率と信頼度のトレードオフ

～ 符号化率を無限に小さくしなくても信頼度は向上

本日の課題: 9.22 (p. 623)

- ・ 提出締切 11/19 (月): 南 6 号館 1F メールボックス S6-4