

第10回 機械振動基礎論 補足資料

質問，コメント歓迎しますので，どんどん質問してください．

質問の文章は原文のまま．

Q1 動剛性の例で取り上げた図1の方程式は，基本の

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f$$

の式に

$$k = \frac{k_1(k_2 + ic\omega)}{k_1 + k_2 + ic\omega}$$

を代入した

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \frac{k_1(k_2 + ic\omega)}{k_1 + k_2 + ic\omega}x = f$$

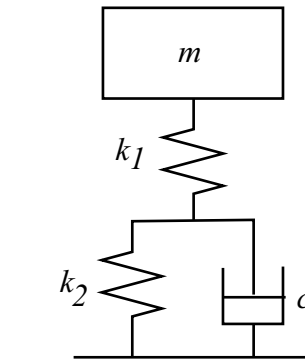


Fig.1 複合ばね-ダンパの系

となるのですか．

A1 ここで示した

$$k = \frac{k_1(k_2 + ic\omega)}{k_1 + k_2 + ic\omega}$$

は「質量を除いた全てのばね-ダンパ要素を複合したもの」なので，運動方程式を書けば，

$$m\ddot{x} + \frac{k_1(k_2 + ic\omega)}{k_1 + k_2 + ic\omega}x = f$$

となります．

Q2 除振台についてもうちょっと説明してもらいたいです．

A2 例えばこんな web ページが参考になりませんか？

<http://www.murakami-koki.co.jp/b-vam.html>

Q3 ω_d ：減衰固有角振動数， q ：減衰自由角振動数 の両者の関係は？

A3 同じものを表していると思います．

Q4 遠心分離機の寿命は使った時間ではなく回数で決められているそうです．固有振動している時間はごくわずかだと思うのですが，固有振動した回数で寿命を決めることがあるのですか．

A4 ネットで調べてみましたが，遠心分離機のロータの寿命は次ページの図2のように使用回数と使用時間の両方が使われているようです．遠心分離機は危険速度（固有振動数に相当する回転速度）以上でロータを回転させるため，起動停止時に必ず危険速度を2度通過します．遠心分離機のロータは不釣合いを極力無くしていますが，摩擦無く高速に回転させるために振動の減衰比が小さく，危険速度での振幅は大きくなり，回転軸には大きなひずみを生じるため，その通過の回数で寿命を決定するのは合理的と言えます．つまり，「固有振動した回数」というよりは，「最大のひずみを生じた回数」を数えていることとなります．

同様な寿命の考え方は，飛行機の機体の場合でも採用されており，飛行機の機体は飛行中に機外の圧力と機内の圧力の差による最大のひずみを生じるので，「飛行時間」とともに「離着陸回数」により，整備の時期が決定されています．

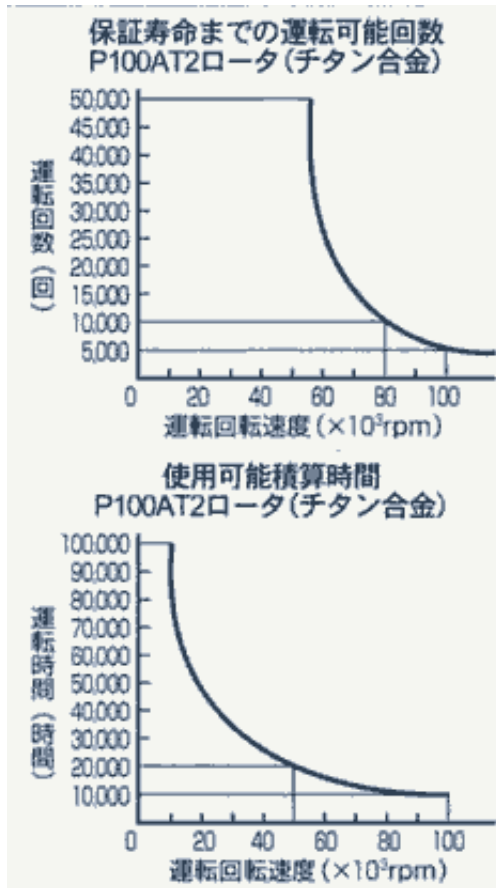


Fig.2 遠心分離機のロータの寿命の例

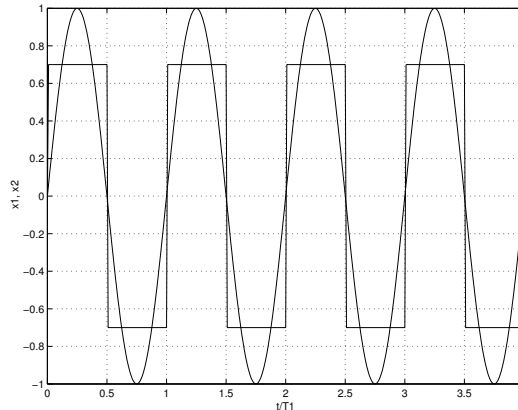


Fig.3 正弦波と矩形波

波形の「パワー」についての補足

波形の「パワー」について説明が不足していた所を補足します．色々な時間波形はそれぞれ，何らかの「パワー」（例えば電圧波形であれば電力など）を持っていると考えられますが，図3に示す正弦波と矩形波のように異なる波形の「パワー」の比較はどうすればいいのでしょうか？これらの波形の「パワー」を示す指標は RMS (Root Mean Square) 値です．正弦波形の振幅を A_s ，周期を T とすると，その RMS 値は

$$\begin{aligned}
 RMS_s &= \left[\frac{1}{T} \int_0^T \left\{ A_s \sin \left(\frac{2\pi t}{T} \right) dt \right\}^2 \right]^{0.5} \\
 &= \left[\frac{1}{T} \frac{A_s^2}{2} T \right]^{0.5} \\
 &= \frac{A_s}{\sqrt{2}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

となり，振幅 A_r の矩形波の RMS 値は明らかに

$$RMS_r = A_r \tag{2}$$

ですので，振幅 A_s の正弦波と同じ「パワー」を持つ矩形波の振幅 A_r は

$$A_r = \frac{A_s}{\sqrt{2}} \tag{3}$$

となります．また，元々「パワー」とは自乗値を意味している（英語で power とは累乗のこと）のに対して，RMS 値は演算の最後にルートを取っていますので，RMS 値で $\sqrt{2}$ 倍であれば波形の持つ「パワー」は 2 倍となります．このように，実際にパワーの次元 $[\text{kg m}^2 \text{s}^{-3}]$ を持たない波形についてもその波形の「パワー」を定義して比較することが可能です．