

第2回 機械振動基礎論 補足資料

質問，コメント歓迎しますので，どんどん質問してください．

質問の文章は原文のまま．

Q1 補足資料の Q7 の「線形なモデル」の「線形」の意味が良く分かりません．線形結合や線形微分方程式の線形と同じ意味ですか？

A1 「線形なモデル」とは定係数線形微分方程式で表すことができるモデルです．応答は入力に対して線形な性質があります．

Q2 サーボ系がまだ良く分かりません．

A2 この質問ではサーボ系の何が分からないのかが良く分からないので，ちょっと解説のしようがありません．講義の後半で例を示しますが，ネットなどでも調べてみてください．

Q3 講義前半の Power Point のファイルをダウンロードできるようにして欲しいです．もっとゆっくり見たい．

A3 ここのサイトで探してみてください． <http://www.kayoo.org/home/mext/joho-kiki/>

Q4 CD-ROM の読み取りレンズは何で動かしているのか？

A4 「何を用いて動かしているのか」という質問と受け止めました．コイルとマグネットの組み合わせによるアクチュエータ (VCM) です．

Q5 焦点を合わせる仕組みが分からなかった．なぜレーザーを偏心させると焦点のずれが測定できるのですか？

A5 申し訳ありません．説明が少し間違えていました．紹介したフォーカスの方式では，ディスクからの反射ビームを偏光レンズではなく円筒レンズに通しています．円筒レンズの焦点位置ではレーザの断面は円になりますが，焦点から外れると楕円になる性質を利用しています．このページも参考にしてください． <http://www.infonet.co.jp/ueyama/ip/multimedia/cdcnt.html>

Q6 今日やった仮想仕事の原理は材料力学でやったカスティリアノの定理と同じものなのでしょうか？

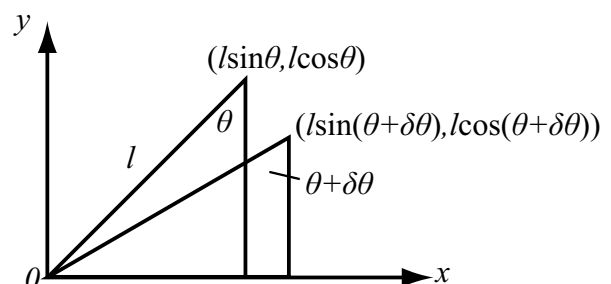
Q6' リンクでの仮想仕事で縦方向の仕事と横方向の仕事が同じ式の中にあるのがよくわかりません．

Q6'' 仮想仕事の原理の計算 (プリントの δx_B , δy_C のだし方) がよく分からなかったです．同様多数．

A6 カスティリアノの定理は仮想仕事の原理を静的曲げ変形の問題に応用したものです．

A6' 仕事はスカラー量なので，方向に関係なく足すことができます．

A6'' 点 C の座標は仮想変位によって右図のように移動します．後は三角関数の公式を用いて計算してください．



Q7 ダランベールとニュートンの違いがよくわかりません．やっていることは高校物理とあんまりかわらないですか？

A7 単純な1方向運動機構ではニュートンの第二法則を用いても，ダランベールの原理を用いても得られる運動方程式に違いはありませんが，拘束を破らない仮想変位に基づくダランベールの原理を用いれば拘束力を考慮することなく運動方程式が導出できる有利さがあります．例えば，力学原理の資料の図4において，Oを原点とし，水平右向きに X 軸，鉛直下向きに Y 軸を取ると，ニュートンの第二法則では

$$m\ddot{X} = -T \sin \theta \quad (1)$$

$$m\ddot{Y} = mg - T \cos \theta \quad (2)$$

となるので，張力 T (拘束力) を消去すると，

$$m\ddot{X} \cos \theta - m\ddot{Y} \sin \theta = -mg \sin \theta \quad (3)$$

となる．一方，拘束条件として，

$$X^2 + Y^2 = l^2 \quad (4)$$

が与えられるので，極座標を用いて，

$$X = l \sin \theta \quad (5)$$

$$Y = l \cos \theta \quad (6)$$

とすると，

$$\ddot{X} = -l\dot{\theta}^2 \sin \theta + l\ddot{\theta} \cos \theta \quad (7)$$

$$\ddot{Y} = -l\dot{\theta}^2 \cos \theta - l\ddot{\theta} \sin \theta \quad (8)$$

と書ける．これらを，式(3)に代入し整理すると，

$$ml\ddot{\theta} = -mg \sin \theta \quad (9)$$

となり，最終的な運動方程式を得ることができます．この手順に比べると，ダランベールの原理を用いた方法の簡便さが理解できませんか．

Q8 ダンパについての質問多数．

A8 「ダンパ」はダッシュポットに代表される「粘性ダンパ」を含む広い概念です．したがって，「粘性ダンパ(ダッシュポット)」の抵抗力は速度に比例した力でモデル化されていることを講義では説明しました．粘性ダンパ以外のダンパ，例えば「摩擦ダンパ」などでは抵抗力が速度に比例しません．

次に，ダッシュポットの特性の前に，バネに成り立つフックの法則 $f = kx$ について考えてみましょう．この法則には疑問を感じない人も多いかも知れませんが，実際にはこの関係式が成り立つのはバネが塑性変形してしまわないように変位 x が小さい領域に限られます．このように，バネの反力が $f = kx$ で表現できると考えているのは理想化された一つの「モデル」です．一方，粘性ダンパに用いられている油などの流体の特性は大雑把に言って「ニュートン流体」という「モデル」で表現できます．ニュートン流体とは流体中の剪断力が速度勾配に比例する流体の「モデル」であり，このニュートン流体がオリフィスを通る際の抵抗が速度に比例することは流体力学の知識で説明できます．(適当な教科書を見てください) 実際にはダッシュポットの速度-反力線図を書いてみて，ほぼ線形(比例関係)になっていることから，これを $f = c\dot{x}$ と「モデル化」して解析に使用しています．また，ダンパがバネと常にセットで用いられるとは限りません．ターミナル駅の線路の端にある緩衝用のダンパなどは単独で使用されています．

皆さんの身近には，(a) 車(自転車)のサスペンション，(b) ドアクローザ，(c) 車のリアハッチゲート，などで「ダンパ」が使用されています．また，回転軸の回転速度に比例した反力を生じるロータリーダンパも存在しています．ネットで検索してみてください．

Q9 ねじりのときの1自由度振動系モデルで単位が良く分かりませんでした．

Q9' ねじり系の動きがイマイチ良く分かりません．

A9 ねじり系の場合には中心位置は変化せずに，静的平衡状態からの回転角が変位になります．ねじり系の各パラメータの単位については同じ説明しか繰り返せませんので，ノートを見てください．

Q10 エネルギー保存のところで重力の位置エネルギーは考慮しなくて良いのですか？

A10 大変良い質問です．通常，振動は微小変位を考えていますので，位置エネルギーの変化はばねに蓄えられているポテンシャルエネルギーの変化に比べて小さく，無視できます．一方，振り子では，ばねはなく，重力の位置エネルギーの変化が復元力となります．

Q11 振動のグラフは $x = \sin(\omega t + \phi)$ のとき，(図が入ります) ではないか．

Q11' グラフの v_0 の表現が良く分かりません．

A11 黒板どんな図を描いたか忘れてしまいましたが，自由振動のグラフが以下のようなであれば， $x(t) = A \cos(\omega_n t - \phi)$ と書けます．ただし $\omega_n = 2\pi/T_n$ ， v_0 は $t = 0$ における傾きです．位相については良く考えれば分かると思います．

Q12 固有角振動数と固有振動数の違いが良く分からなかった．

Q12' 固有のところがあやふやでした．

A12 自由振動は時刻 t に比例した角度の関数である正弦波で表現できるので，その比例係数を系の特徴的なパラメータとして用いるのが数学的には表現がしやすいです．この比例係数の単位は角度 (rad) と時刻 (s) の関係から rad/s となり，rad は無次元ですが角度の単位を含むため，この比例係数を「固有角振動数」と言っています．一方，実験で観察しやすいのは，単位時間当たりの振動数であり，系固有の振動数であれば「固有振動数」と言うことができます．振動数の単位は (1/s) であり，SI 単位ではこのように表記すべきですが，補助単位として Hz(=1/s) の使用が認められています．また，旧来は cycle という単位も振動数を表す単位として使用されていましたが，現在では使用しません．固有角振動数 ω_n (rad/s) と固有振動数 f_n (Hz) は無関係ではなく， $\omega_n = 2\pi f_n$ の関係があります．数字を表記するときにはそれが固有振動数なのか固有角振動数なのかを単位をつけてきちんと分かるようにしてください．

Q13 一番この授業に近い参考書は何の本ですか？

A13 教科書以外では特に近いものはありませんが，参考書としては第1回目の講義で説明したように Den Hartog の Mechanical Vibrations をお勧めしています．