

境界値問題 (Dupuitの仮定)

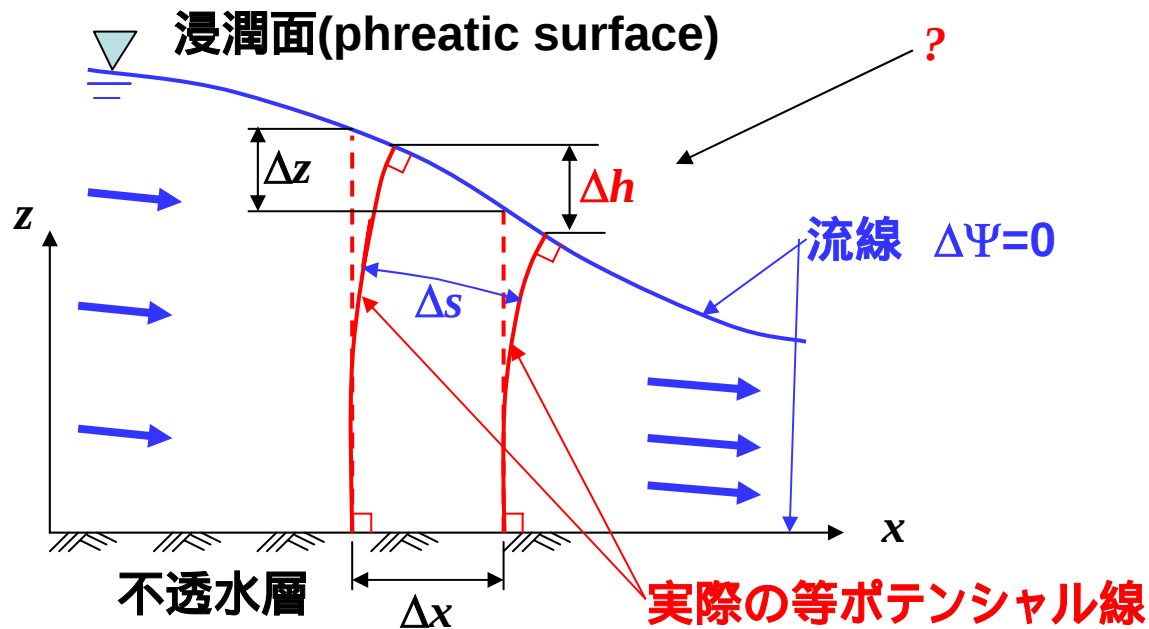
地盤内の流れ場について、厳密に式(18),(19)を用いなくても、いくつかの条件なら簡単に問題を解くことが可能。▶

例) 浸潤面を有する流れの近似解法: Dupuit(デュピ)の仮定

水面がなだらか:

$$v = -k \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx -k \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (39)$$

一次元流れに近似



矩形断面の締切堤内の浸透

Dupuitの仮定より

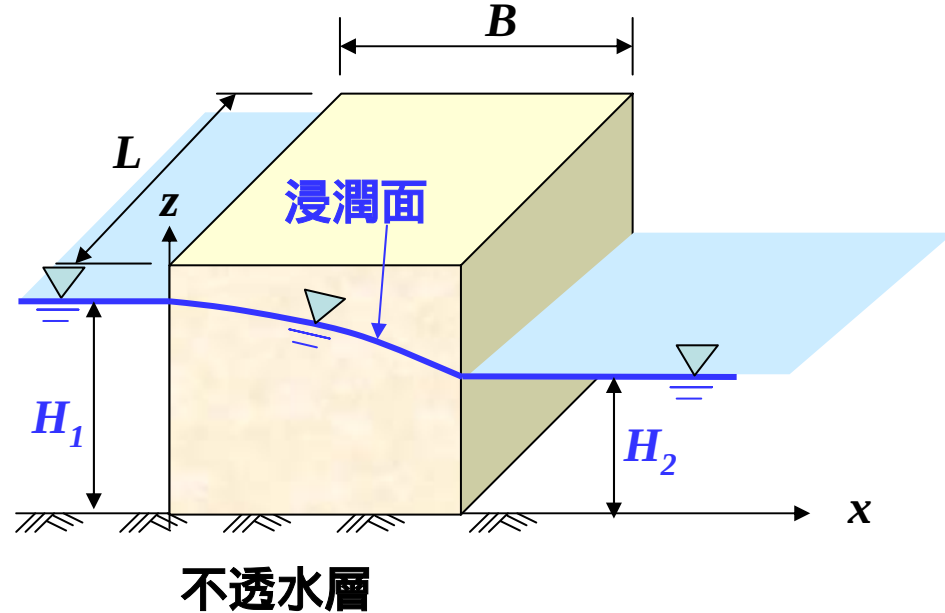
$$Q = vzL$$
$$= -kzL \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx -kzL \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (40)$$

$$\left(Qx = -kL \frac{z^2}{2} + C \right)$$

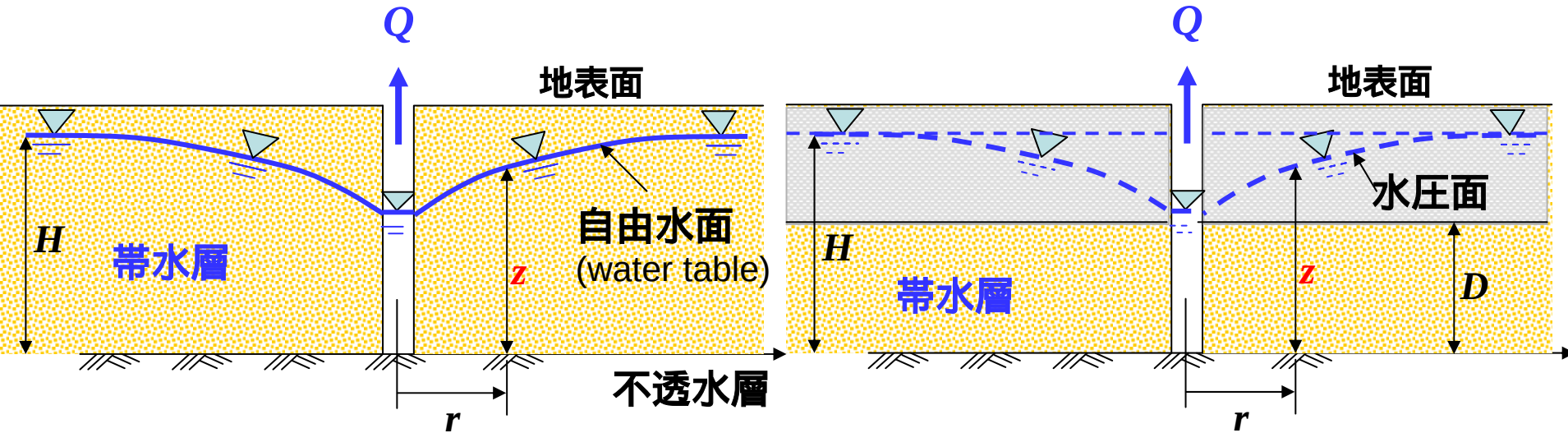
境界条件:

$z=H_1$ at $x=0$, $z=H_2$ at $x=B$ より

$$Q = kL \frac{H_1^2 - H_2^2}{2B} \quad (41)$$



定常的な揚水(井戸のくみ上げ)



(a) 重力式井戸、深井戸(well)

(b) 掘抜き井戸(artesian well)

掘抜き井戸の揚水

Darcy則より,

$$v = k \frac{\Delta h}{\Delta r} \quad \leftarrow \text{流れの方向: } r \text{ とは逆向き} \quad dh/dr > 0$$

$$Q = 2\pi r D v = 2\pi r D k \frac{dh}{dr} \quad (42)$$

$$Q \ln r = 2\pi k D h + C$$

境界条件:

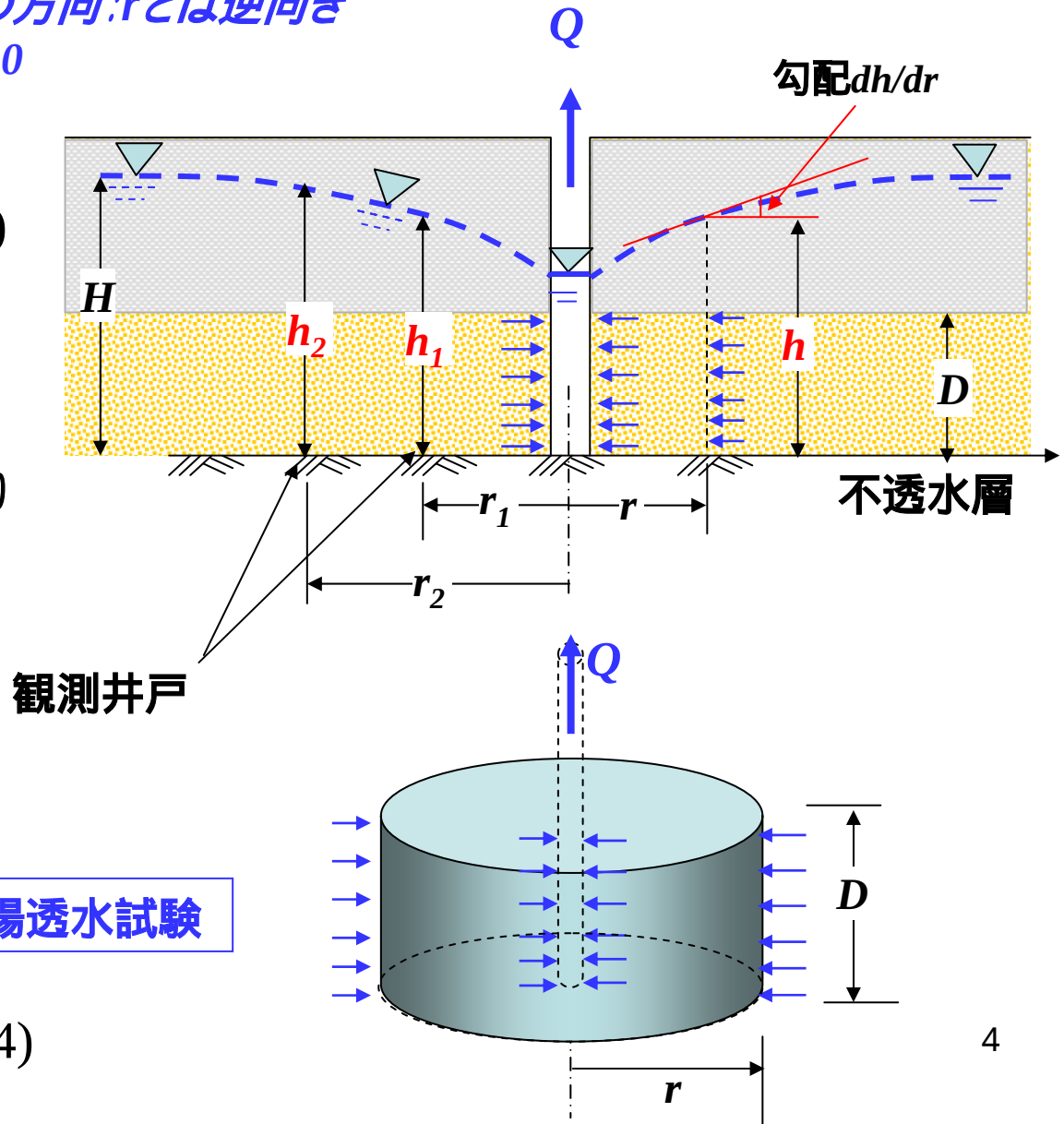
$z=z_1$ at $h=h_1$, $z=z_2$ at $h=h_2$ より

$$h_2 - h_1 = \frac{Q}{2\pi k D} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$Q = \frac{2\pi k D (h_2 - h_1)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (43)$$

$$k = \frac{Q}{2\pi (h_2 - h_1) D} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (44)$$

現場透水試験



重力式井戸、深井戸の揚水

Dupuitの仮定,

$$v = -k \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx k \frac{\Delta z}{\Delta r} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{流れの方向: } r \text{ とは逆向き} \\ dz/dr > 0 \end{array}$$

$$Q = 2\pi r z v = 2\pi r k z \frac{dz}{dr} \quad (45)$$

$$z^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r + C$$

境界条件:

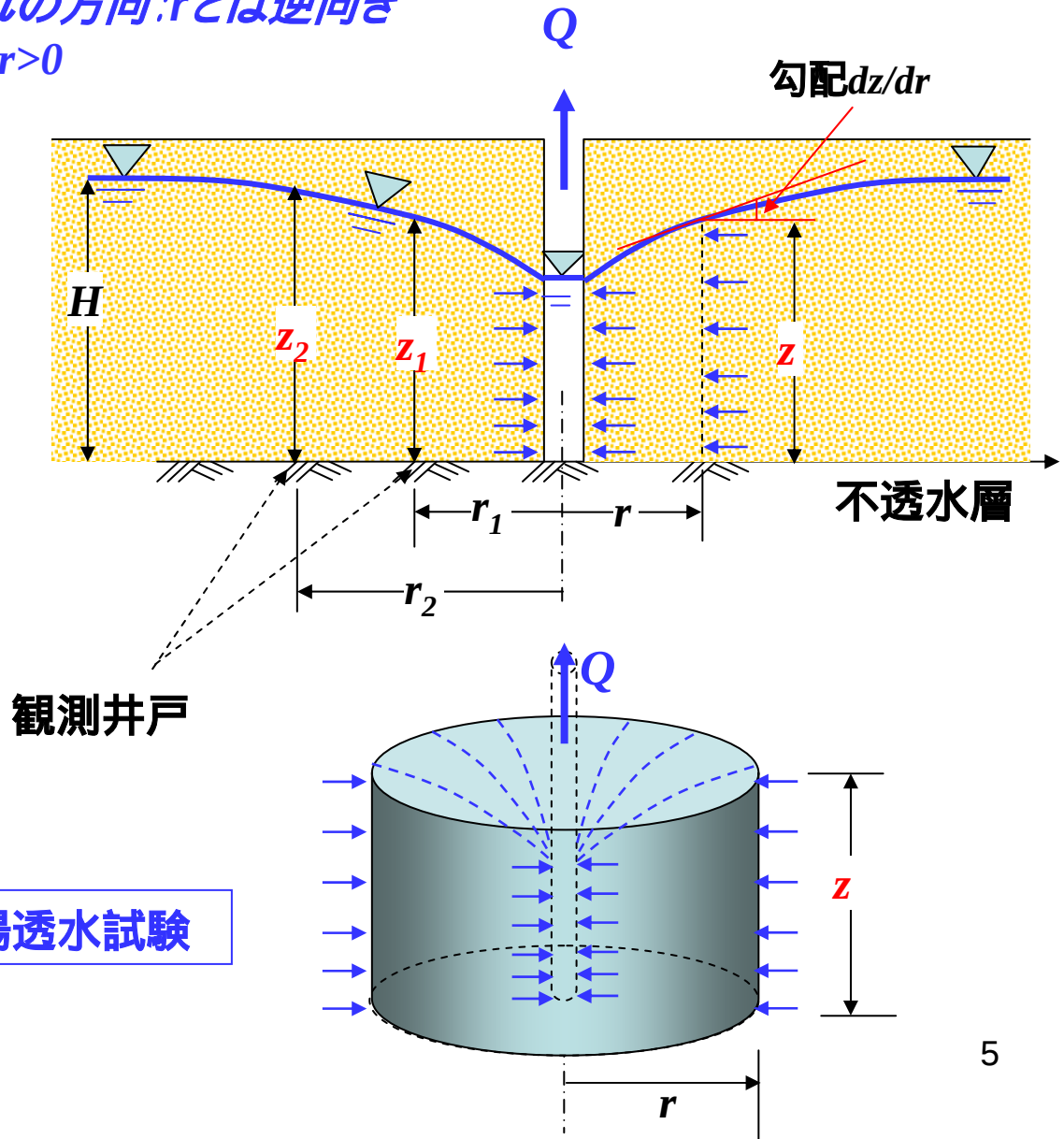
$z=z_1$ at $r=r_1$, $z=z_2$ at $r=r_2$ より

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

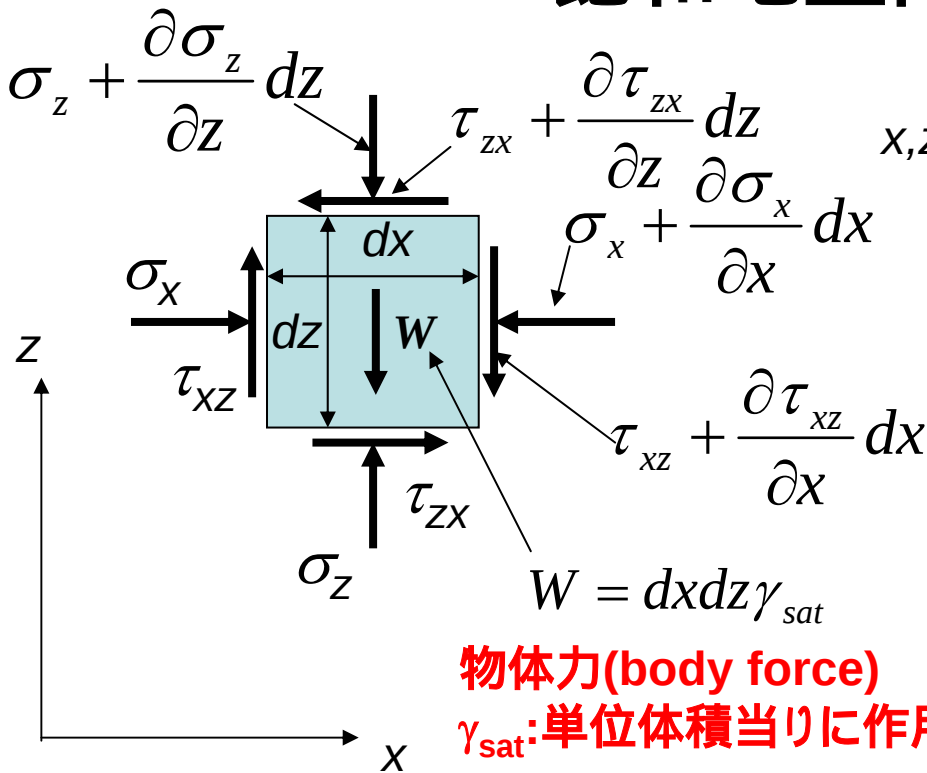
$$Q = \frac{\pi k (z_2^2 - z_1^2)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (46)$$

$$k = \frac{Q}{\pi (z_2^2 - z_1^2)} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (47)$$

現場透水試験



飽和地盤内の応力状態



釣り合い式の全応力表示

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \quad (48-i)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\gamma_{sat} \quad (48-ii)$$

物体力(body force)

γ_{sat} : 単位体積当りに作用する力

$$\sigma_x = \sigma'_x + u$$

$$\sigma_z = \sigma'_z + u$$

$$\tau_{xz} = \tau'_{xz}$$

$$\tau_{zx} = \tau'_{zx}$$

有効応力の原理

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (49-i)$$

$$\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} + \gamma_{sat} = 0 \quad (49-ii)$$

任意の(x,z)点における全水頭

$$h = (z - z_0) + u / \gamma_w$$

$$i_x = -\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (50-i)$$

$$i_z = -\frac{\partial h}{\partial z} = -1 - \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (50-ii)$$

↓ ← $\gamma_{sat} = \gamma' + \gamma_w$

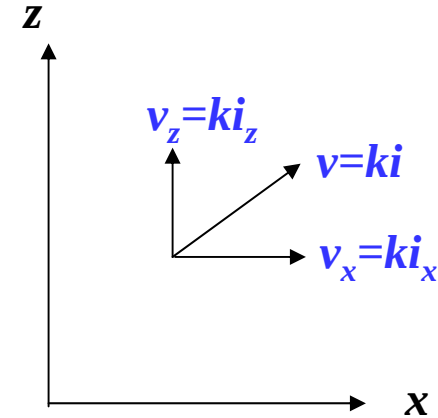
式(49)

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} = i_x \gamma_w \quad (51-i)$$

$$\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} = -\gamma' + i_z \gamma_w \quad (51-ii)$$

$\gamma', i_x \gamma_w, i_z \gamma_w$: 土粒子に作用する物体力:

↳ 透水力(seepage force)



平地盤の場合: $\tau_{xz} = 0$

$$\text{式(51-ii)} \Rightarrow \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} = -(\gamma' - i_z \gamma_w) \quad (52)$$

これを下向きに z' の深さまで積分
(B.C.: $\sigma'_z = 0$ at $z' = 0$)

$$\sigma'_z = (\gamma' - i_z \gamma_w) z' \quad (53)$$

$\sigma'_z = 0$ の条件: 上向き(z方向に)

$$i_z = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1 + e} = i_{cr} \quad (54)$$

限界動水勾配

流れ場の地盤内応力 (透水力)

j : 単位体積当りの流れ方向透水力

• L 間の土粒子部分に作用する力の
流れ方向の釣り合い:

$$jAL - \gamma' AL \sin \theta = (F_2 - F_1)A \quad (55)$$

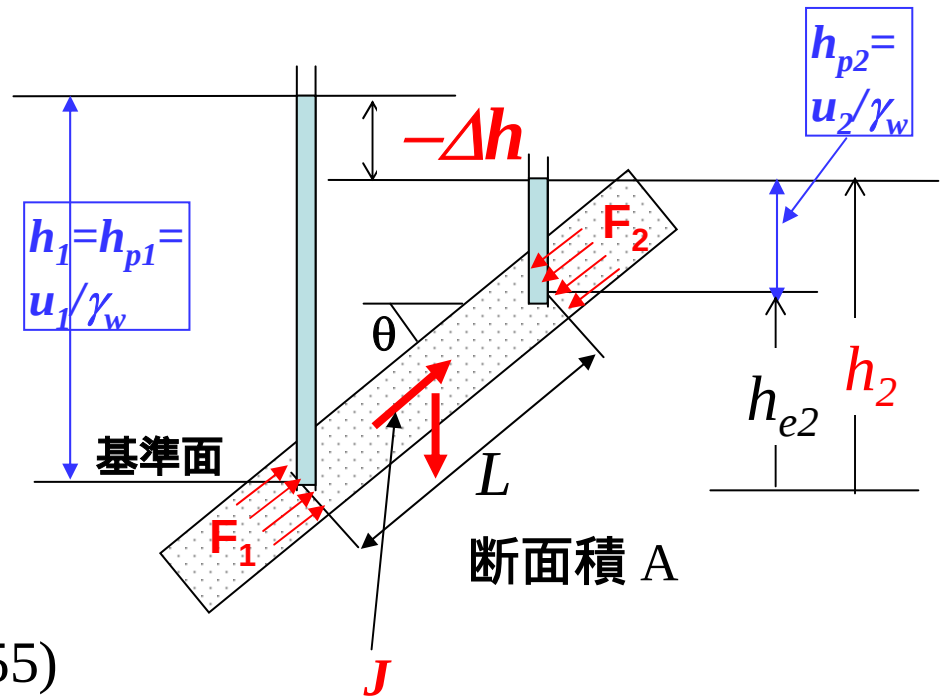
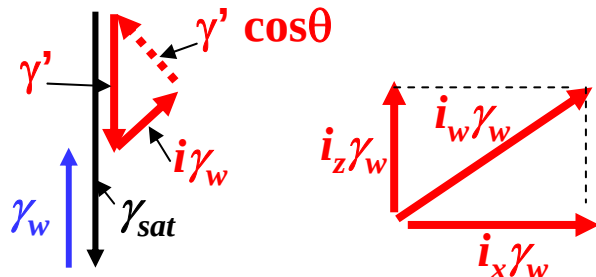
• L 間の土全体(土粒子 + 水)の流れ方向の釣り合い:

$$\underbrace{h_1 \gamma_w A}_{h_{p1}} - \underbrace{(h_2 - L \sin \theta) \gamma_w A}_{h_{p2}} - \gamma_{sat} AL \sin \theta = (F_2 - F_1)A \quad (56)$$

式(55)(56)より、
$$j = \frac{h_1 - h_2}{L} \gamma_w = i \gamma_w \quad (57)$$

$$v = \frac{k}{\gamma_w} j \quad (58)$$

Darcy則
[透水力と透水速度の関係]



式(51)と同じ

土(土粒子 + 間隙水)に働く物体力

(土粒子に作用する)有効応力

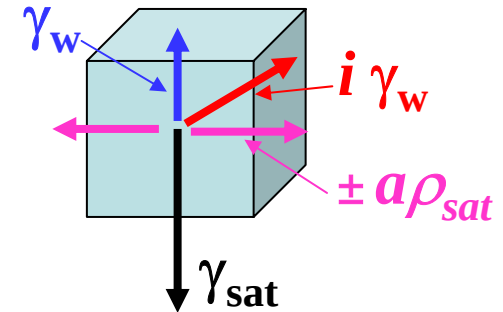
•重力 (γ_{sat}, γ_t)

•浮力 (γ_w)
(buoyancy force)

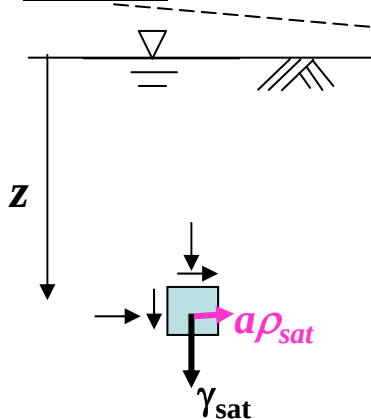
•透水力 ($i \gamma_w$) $\longrightarrow$ (土粒子に作用する)

•慣性力(地震力) $\left(\frac{a}{g} \gamma_{sat}, \frac{a}{g} \gamma_t \right) \longrightarrow$ (土粒子+間隙水に作用する)
(inertia force, seismic force) a :地震加速度

単位体積要素



平地盤の水平地震力(一様な水平加速を仮定)



•応力変化一次元的
•水平方向の変化なし

式(48)
+慣性力

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = a \rho_{sat} \quad (59-i)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma_{sat} \quad (59-ii)$$

これを下向きに z' の深さまで積分
(B.C.: $\sigma'_z = 0, \tau'_{xz} = 0$ at $z' = 0$)

全応力

$$\tau_{xz}(z) = az \rho_{sat} \quad (60-i)$$

$$\sigma_z = z \gamma_{sat} \quad (60-ii)$$

有効応力

$$\tau'_{xz}(z) = az \rho_{sat} \quad (61-i)$$

$$\sigma'_z = z(\gamma_{sat} - \gamma_w) = z \gamma' \quad (61-ii)$$

本日のTechnical terms

浸潤面 : phreatic surface ;

Dupuitの仮定 : Dupuit's assumption ;

重力式井戸 : well ;

掘抜き井戸 : artesian well ;

地下水面、自由水面 : water table, phreatic surface ;

釣合い式 : equilibrium equation ;

物体力 : body force ;

透水力 : seepage force ;

限界動水勾配 : critical hydraulic gradient ;

浮力 : buoyancy force ;

慣性力 : inertia force ;

地震力 : seismic force.