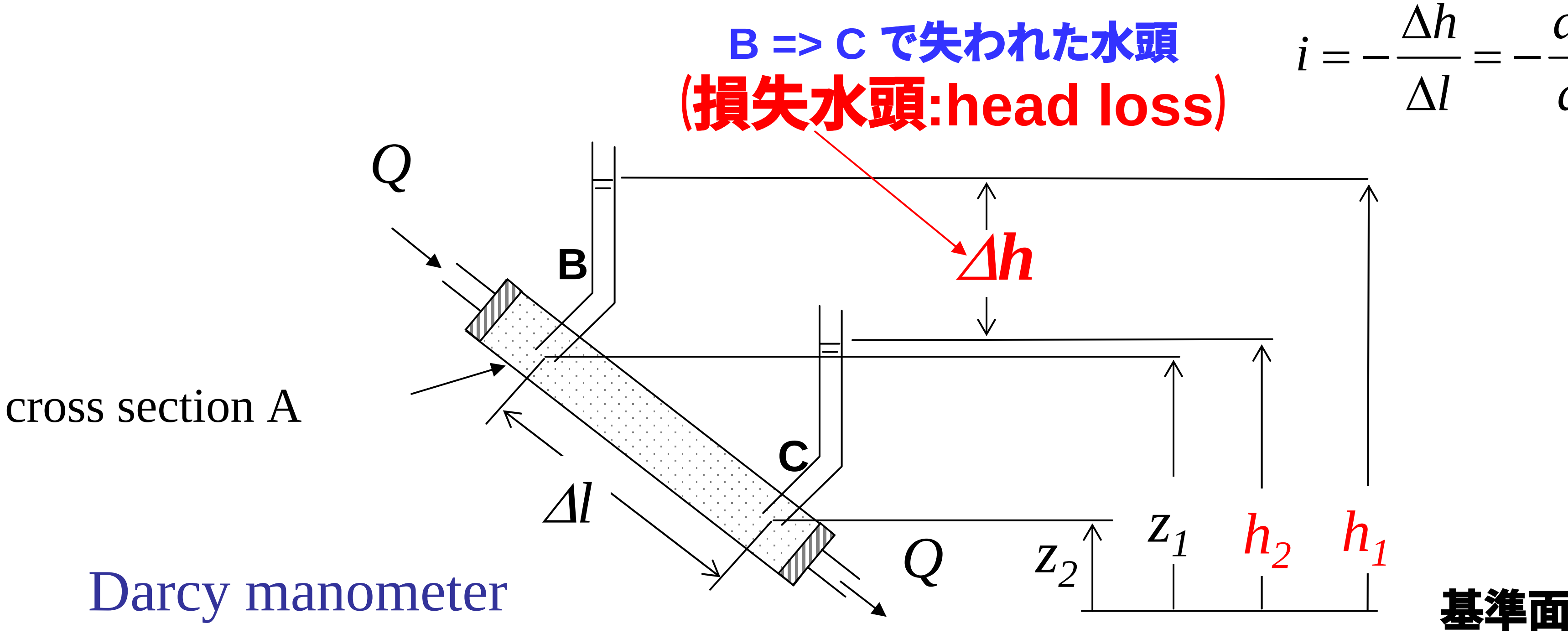
土中(多孔質体)の中の流れ

v: (流速) 流量速度
k: 透水係数
h: (ピエゾ) 水頭
l: 流管の長さ
i: 動水勾配

Darcy's law:

$$v = -k\frac{dh}{dl} = ki \qquad (2)$$

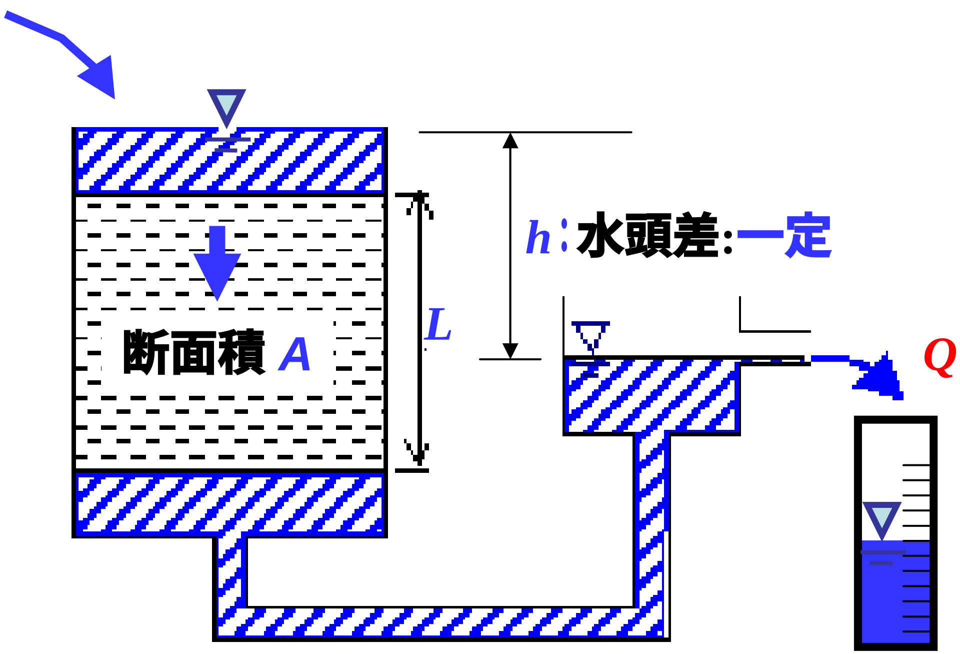
$$i = -\frac{\Delta h}{\Delta l} = -\frac{dh}{dl}$$



Darcy manometer

透水係数の決定

定水透水試験
(constant head permeameter test)



Darcy則

$$v = -k\frac{dh}{dl} = ki \qquad (2)$$

$$i = \frac{h}{L} \qquad v = \frac{Q}{A}$$

Darcy則

$$\boxed{k = \frac{QL}{hA} \qquad (13)}$$

変水透水試験
(falling head permeameter test)

Darcy則より、時間Δt間の流量：

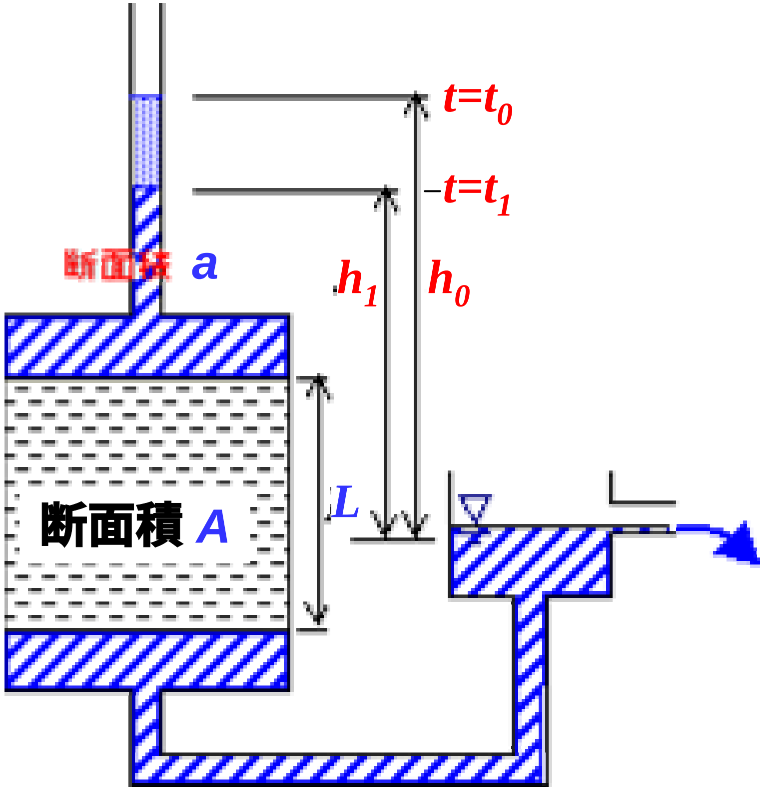
$$\Delta Q = Aik\Delta t \quad \text{(a)}$$

スタンドパイプ内の水位の低下分$(-\Delta h)$の水量：

$$-a\Delta h \quad \text{(b)}$$

(a)=(b) $$-a\Delta h = Ak\frac{h}{L}\Delta t,$$

$$-a\frac{dh}{h} = \frac{Ak}{L}dt \qquad (c)$$

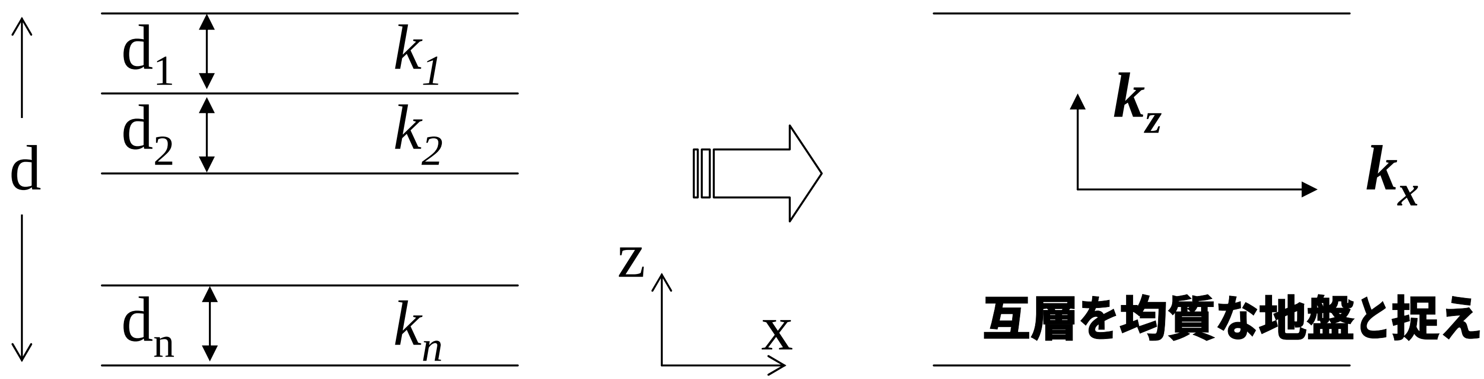


境界条件:h_0, h_1 at t_0, t_1

$$\Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{aL}{A}\cdot\frac{\ln(h_0/h_1)}{t_1 - t_0} = 2.3\frac{aL}{A}\cdot\frac{\log_{10}(h_0/h_1)}{t_1 - t_0} \qquad (14)}$$

互層地盤のマクロ的な透水係数

各層の透水係数は均質で等方



Darcy則と連続条件.

$$k_z = \frac{d}{\sum_{i=1}^{n} d_i / k_i} \qquad (15)$$

$$k_x = \sum_{i=1}^{n} \frac{k_i d_i}{d} \qquad (16)$$

ex) **同じ厚さの2層地盤**

k_1=10^{-4}, k_2=10^{-6} → k_x/k_z〜25

k_1=10^{-4}, k_2=10^{-8}m/s → k_x/k_z〜2500

互層地盤のマクロ的な透水係数
鉛直方向＜水平方向

透水試験の適用範囲

理論的には、どのような土質でも適用可能。

定水位試験：D=10cm,L=10cm, h=10cm

k：小 => 信頼できる流量が得られる時間大

変水位試験：

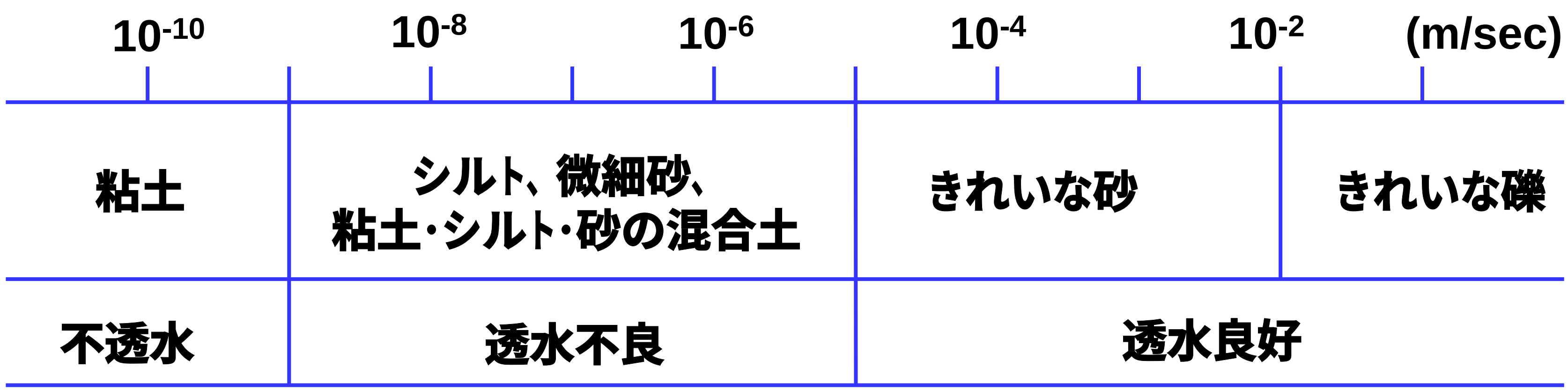
k：大 => スタンドパイプの水位の降下スピード速すぎて、正確な測定が困難

k：極端に小：非常に長い実験時間要。*a/Aである程対応可。*

- **定水位透水試験：$k>10^{-6}$m/s**
- **変水位透水試験：10^{-9}m/s<k<10^{-4}m/s程度（特殊な変水位装置はのぞく）**
- **圧密試験：$k<10^{-8}$m/s、粘性土（圧密理論から間接的に透水係数を求める）**

土質力学第二

土の種類と透水係数

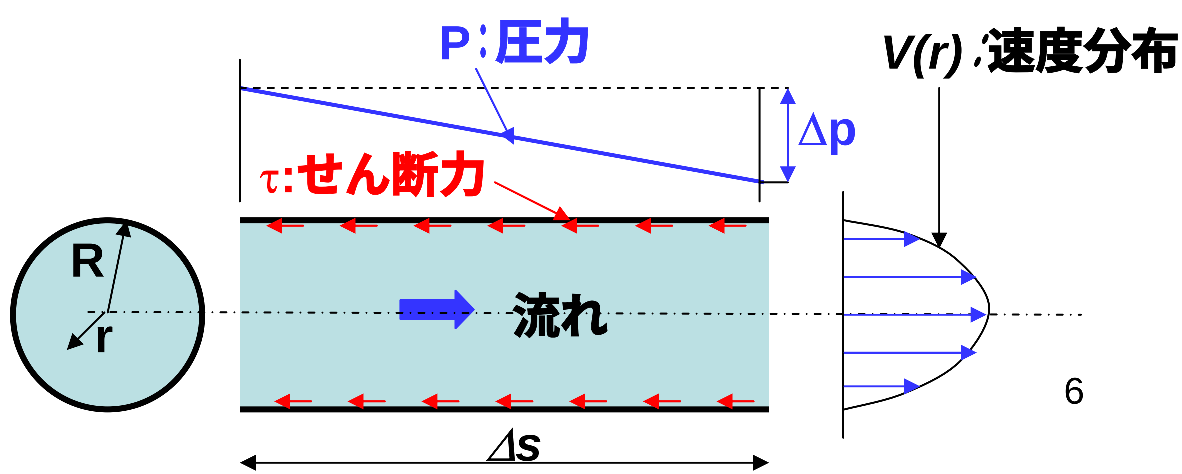


10オーダー以上の差

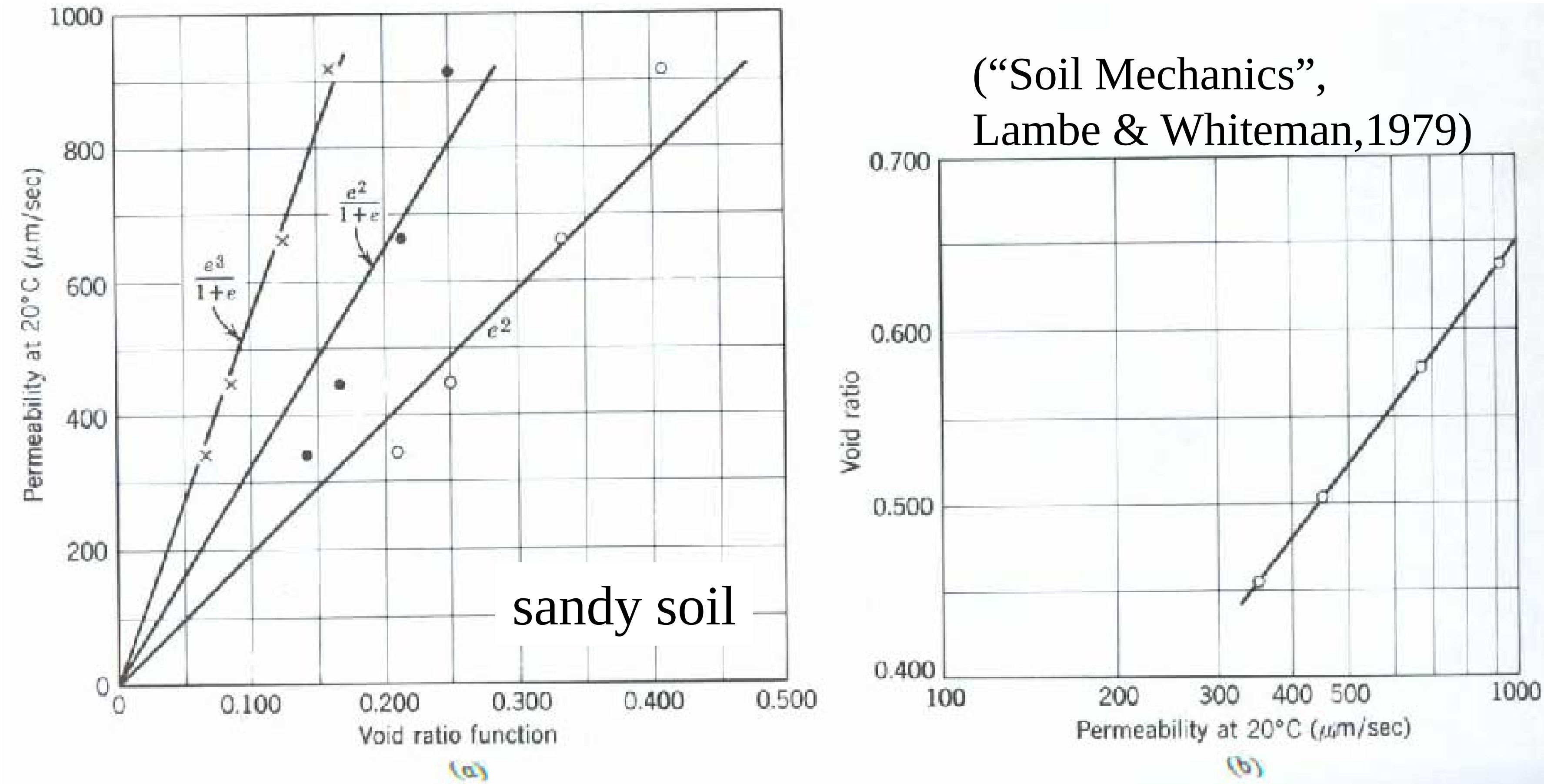
透水係数=f(？、？、？)

粘性流体の流管内の流れ：
ポワズイユ (Poiseuille)流れ
(流体力学)
(間隙を流管とみなす)

η:粘性係数



透水係数と間隙比の関係



(“Soil Mechanics”, Lambe & Whiteman,1979)

straight relation in $e^3/(1+e)$ - K and **e** -log$K$

均質な砂：

Taylor: $k = C\dfrac{\rho_w g}{\eta}\dfrac{e^3}{1+e}D_s^2\,(cm/s)$ **Hazen:** $k = (70 \sim 150)D_{10}^2\,(cm/s)$

配合の良い細砂　均等係数2以下の砂

絶対透水係数

透水係数 **[L/T]**

[cm/s, m/s, gal/day/ft^2]

Darcy **則**　　$v = k\,i$

$$k = \frac{k_s \rho g}{\mu}$$

流体の密度

流体の粘性係数

<u>Kは土固有の値ではない</u>

絶対透水係数

Specific or intrinsic permeability[L^2]

[darcy, cm^2, m^2, ft^2]

1 darcy **とは**μ=1cp**の流体が** $\rho g\,dh/dl$=1atm/cm**の動水勾配の下で、**
v=1cm/s **の流速を生じさせる**k_s

.　　　　　1 darcy　　10^{-8}cm^{2}. **← 石油開発**

定常流れの基礎方程式

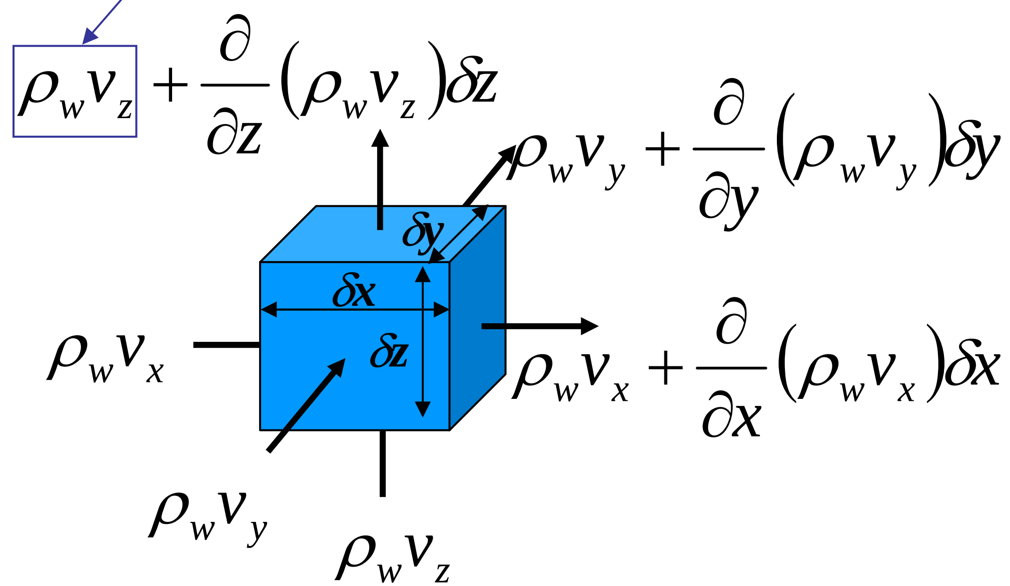
質量保存則:
微小要素への流入質量
= 流出質量

$$\frac{\partial(\rho_w v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho_w v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho_w v_z)}{\partial z}=0 \qquad (17)$$

$\rho_w(x,y,z)=\mathrm{const.}$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \qquad (18)$$

単位断面を通る流体の質量速度



3次元のダルシー則

透水係数に方向性 (異方性:anisotropy):

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y}, \quad v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \qquad (19)$$

(17) => (16)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial h}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial h}{\partial z}\right) = 0 \qquad (20)$$

$k_x = k_y = k_z$ (**等方性**:isotropy)

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \nabla^2 h = 0 \quad (21)}$$

ラプラス方程式
Laplace equation

定常流: **ラプラス方程式**+ **境界条件**

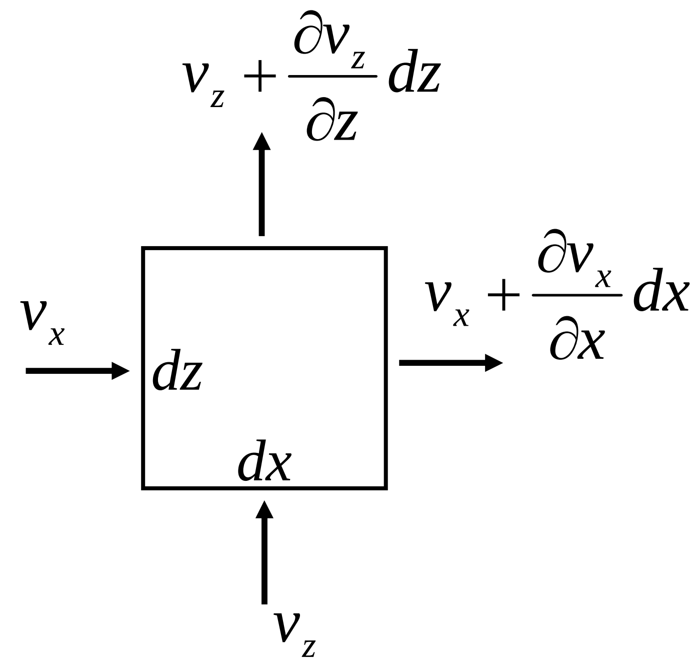
=> *x,y,z* ***の関数***

フローネット, (2次元 : 等ポテンシャル線, 流線)

2次元流れとフローネット

非圧縮流体の連続式:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \qquad (22)$$



渦なし流れの条件:

$$\frac{\partial v_x}{\partial z}-\frac{\partial v_z}{\partial x}=0 \qquad (23)$$

ポテンシャル関数: Φ’ (x,z)、**流れ関数** Ψ(x,z)

Φ’:**速度ポテンシャル** (*velocity potential*)

$$v_x=\frac{\partial \Phi'}{\partial x},\quad v_z=\frac{\partial \Phi'}{\partial z} \qquad (24)$$

$$v_x=\frac{\partial \Psi}{\partial z},\quad v_z=-\frac{\partial \Psi}{\partial x} \qquad (25)$$

等方性の場合

Φ’= - *kh*   (26)

Darcy則

式(22)、(24), と式(23)、(25)より

$$\frac{\partial^2\Phi'}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi'}{\partial z^2}=0 \qquad (27) \qquad\qquad \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}=0 \qquad (28)$$

ラプラス式

2次元流れ場:
式(27) と (28) +B.C.s, =>
Φ'(x,z)=const. : **等ポテンシャル線(equipotential lines)**
Ψ(x,z)=cosnt **流線 (flowlines)**

二つの等値線上: dΦ'=0 , dΨ=0,

Φ':const line: $d\Phi' = v_x dx + v_z dz = 0, \quad \frac{dz}{dx} = -\frac{v_x}{v_z}$ (29)

Ψ:const line: $d\Psi = -v_z dx + v_x dz = 0, \quad \frac{dz}{dx} = \frac{v_z}{v_x}$ (30)

式(29) × 式(30) = -1

全微分

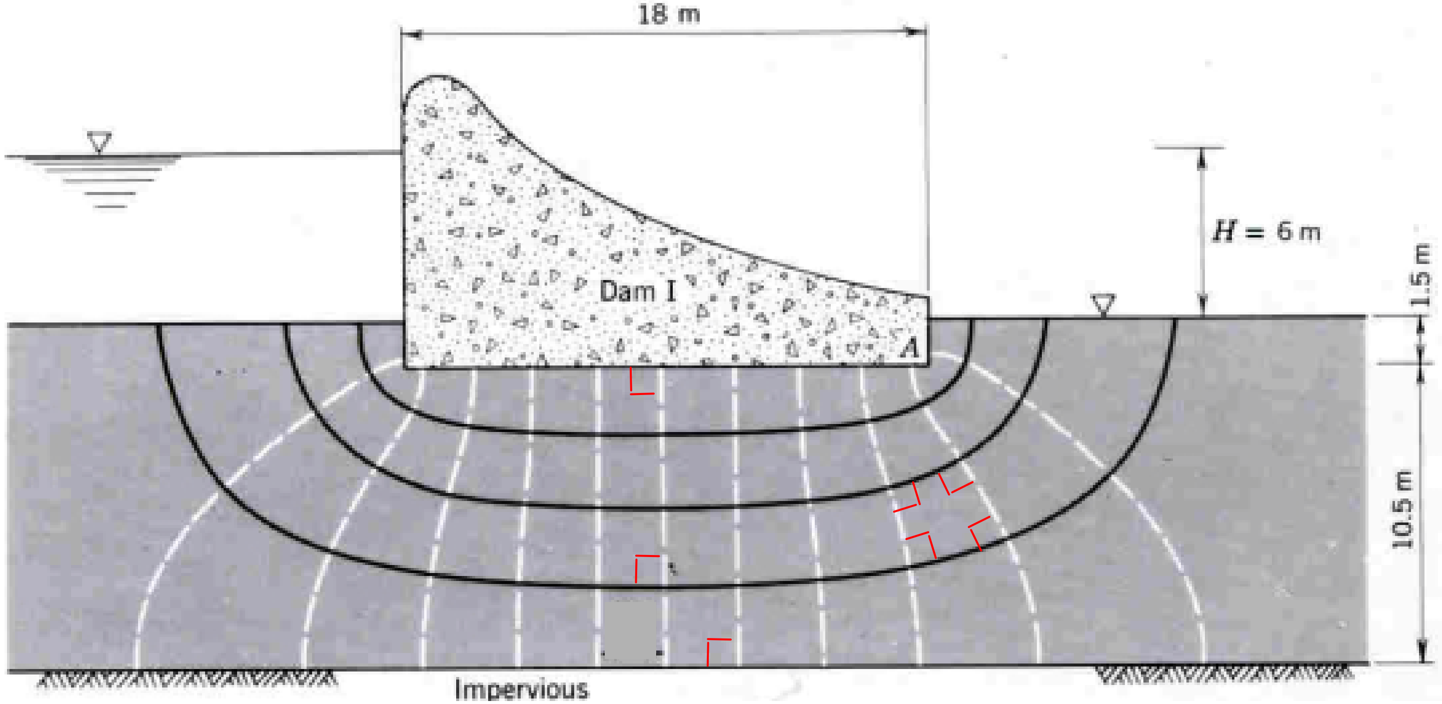
$$d\Phi' = \frac{\partial\Phi'}{\partial x}dx + \frac{\partial\Phi'}{\partial z}dz,$$

$$d\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial x}dx + \frac{\partial\Psi}{\partial z}dz$$

+eq.(24),(25)

等ポテンシャル線と流線はあらゆるところで直交する

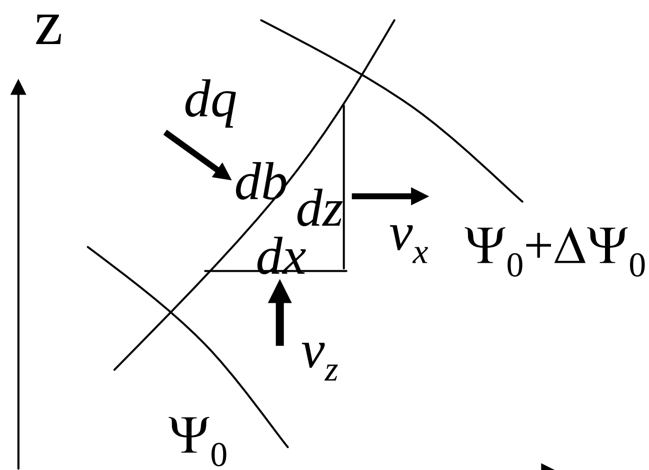
2次元定常流れ：
直交する等ポテンシャル線群と流線群
(フローネット：*flownet*)



フローネットを通る流量速度

dq：***流線間の微小三角形要素を通るdbの流量速度***

$$dq = v_x dz - v_z dx \qquad (31)$$

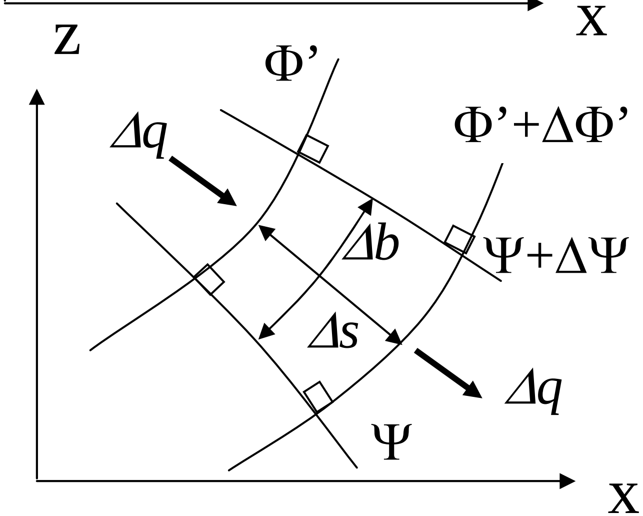


式(25) $v_x = \dfrac{\partial \Psi}{\partial z},\ \ v_z = -\dfrac{\partial \Psi}{\partial x}$ **より**,

$$dq = \frac{\partial \Psi}{\partial z} dz + \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx = d\Psi \qquad (32)$$

式(32)**を流線間で積分**,

$$\boxed{\Delta q = \int_{\Psi_0}^{\Psi_0+\Delta\Psi} d\Psi = \Delta\Psi} \qquad (33)$$



右図より, $v=\Delta q/\Delta b$, $i=-\Delta h/\Delta s$.

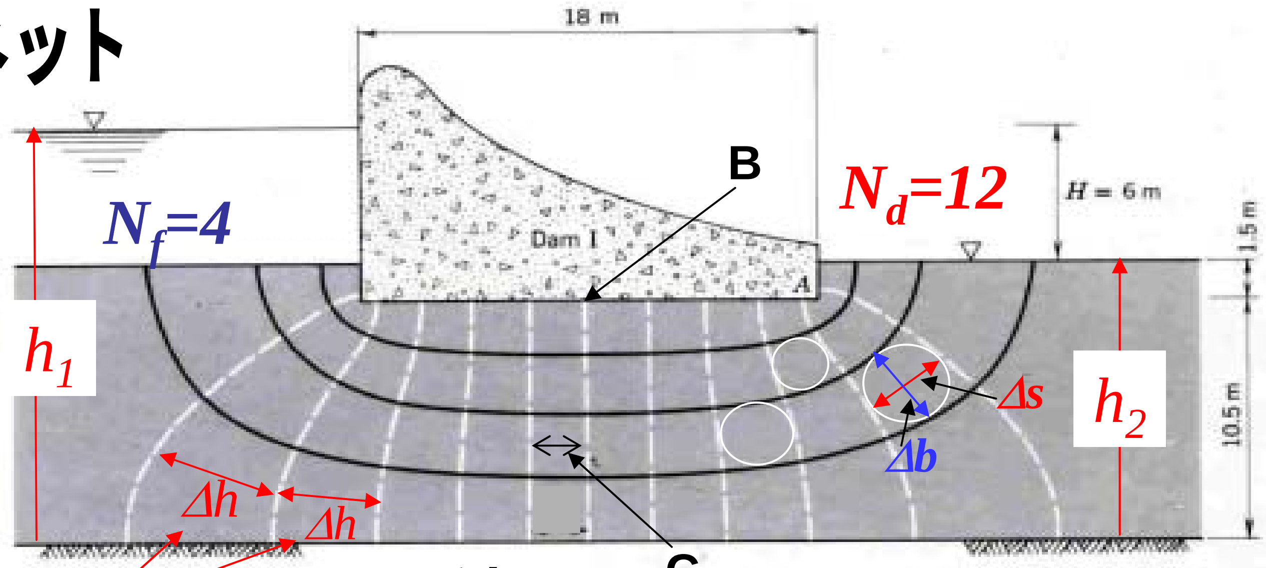
従って、 $\Delta q/\Delta b=-k(\Delta h/\Delta s)$ (34)

$$\boxed{\Delta q = (\Delta b / \Delta s)\, \Delta \Phi'} \qquad (35)$$

<=eq.(26) $\Phi' = -kh$

正方形フローネット

$\Delta b = \Delta s$



不透水面

式(33),(35)より、

$\Delta q = \Delta \Psi = \Delta \Phi'$ (36)

$\boxed{\Phi' = -kh}$

等ポテンシャル間のΔh：const

フローネット全体を通る流量速度＝

個々の流管（流線間）を通る流量速度の総和

$q = N_f \Delta q = N_f \Delta \Psi = N_f \Delta \Phi' = (N_f/N_d)\, N_d\, \Delta \Phi'$ (37)

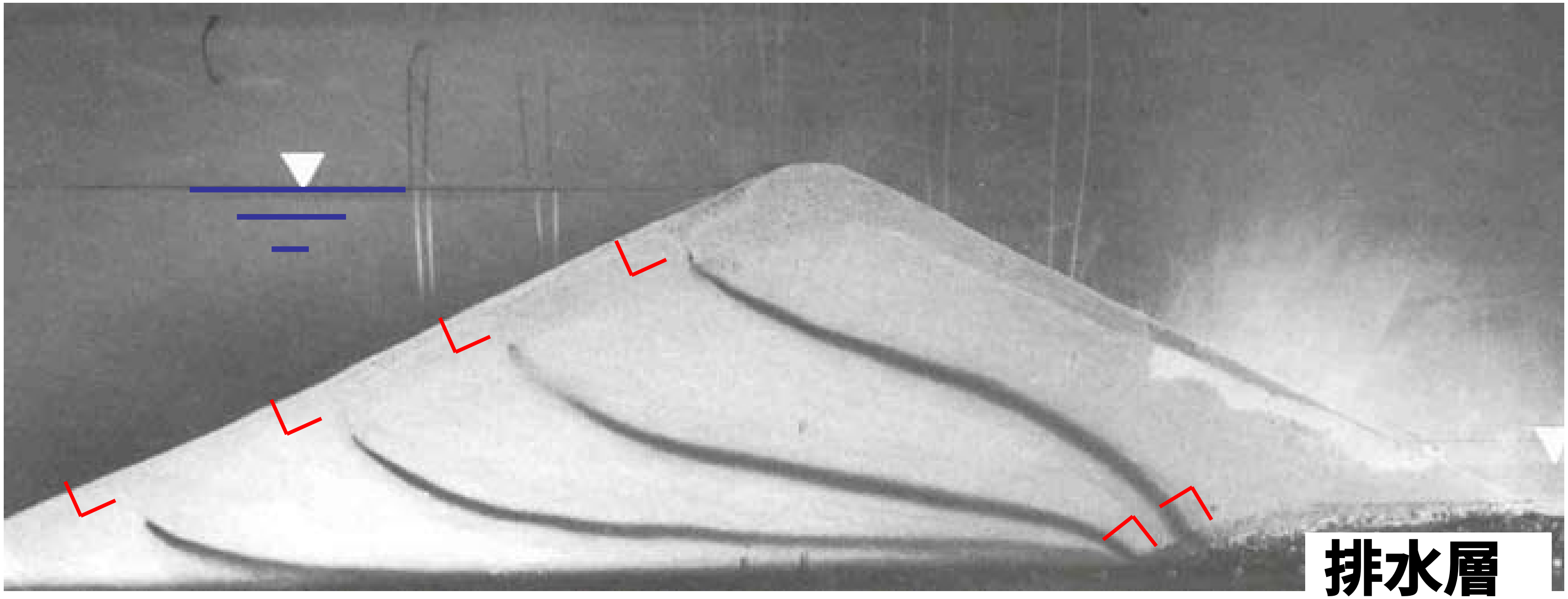
N_f：流管数、N_d：ポテンシャル線で仕切られた区画数

式(26)より, $N_d\, \Delta \Phi' = -k\, N_d\, \Delta h = -k(h_2 - h_1)$

正方形フローネットの構築:
=> 境界条件

$q = -k(N_f/N_d)\,(h_2 - h_1)$ (38)

Model test showing flowlines



tracer:dye

定常流れ場における圧力水頭、圧力 (水圧)、有効応力の算定

圧力水頭、水圧の計算:

1st: **ある点における位置水頭**(h_e)、**全水頭** (h:**フローネットから**) **決定**;

2nd:$h=h_e+h_p$**より圧力水頭** (h_p) **の決定**、

3rd ; $\rho_w g$ (γ_w)**を用いて**、$u=h_p \times \rho_w g$**の計算。**

(**注**: **多くの実務では、位置水頭と圧力がまず最初に求められ、そこから全水頭が計算される**)

有効応力の計算:

1st: **全応力** (σ) **の計算**;

2nd: **圧力** (**間隙水圧**: u) **の算定**;

3rd: **有効応力の算定**: $\sigma' = \sigma - u$

本日のtechnical terms

定水位透水試験:constant head permeameter test;
変水透水試験(falling head permeameter test;
等方性：isotropy; 異方性:anisotropy;
等ポテンシャル線：equipotential lines;
流線：flowlines；
フローネット：flownet

小テスト：
p15のダム下地盤の透水を考える。
1．C間の動水勾配はいくらか。
2．地盤の透水係数が$k=10^{-1}$m/dayとして、一日あたりの単位奥行き幅あたりの透水量を求めよ。
3．図中、ダム底面Ｂ点の水圧を求めよ。なお、ダム底面の地表面からの深さは-1.5mとする。
水の単位体積重量γ_w=10kN/m^{3}とせよ。