

量子力学の原理

- 波動関数に含まれる情報
 - 確率密度
 - 固有値と固有関数
 - 演算子
 - 重ね合わせと期待値
- 不確定性原理

$V=0$ の時、シュレーディンガーの方程式は

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi$$

$$\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \qquad E = \frac{k^2\hbar^2}{2m}$$

(1) 確率密度

$$\psi = Ae^{ikx} \longrightarrow |\psi|^2 = |A|^2$$

$$\psi = A(e^{ikx} + e^{-ikx}) = 2A \cos kx$$

$$|\psi|^2 = 4|A|^2 \cos^2 kx$$

節

固有値と固有関数

$$H\psi = E\psi$$

演算子 H

ハミルトニアン

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

$$\hat{\Omega}\psi = \omega\psi$$

演算子

固有関数

固有値

(オブザーバルに対応する演算子) × 波動関数

= (オブザーバルの値) × 波動関数

オブザーバル: 観測可能な性質

演算子

位置と運動量の演算子

$$\hat{x} = x \times \quad \hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}$$

$$\psi = Ae^{ikx} \text{ のとき } \frac{\hbar}{i} \frac{d\psi}{dx} = k\hbar\psi = p_x\psi$$

$$\psi = Be^{-ikx} \text{ のとき } \frac{\hbar}{i} \frac{d\psi}{dx} = -k\hbar\psi$$

$$\hat{E}_K = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \quad \text{波動関数の曲率}$$

重ね合わせと期待値

A=Bのとき

$$\psi = A(e^{ikx} + e^{-ikx}) = 2A \cos kx$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{d\psi}{dx} = -\frac{2kA\hbar}{i} \sin kx$$

$$\psi = \psi_{\rightarrow} + \psi_{\leftarrow} \quad \begin{array}{l} \text{一次結合 (和)} \\ \text{重ね合わせ} \end{array}$$

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 + \cdots = \sum_k c_k \psi_k$$

$$\text{期待値} \quad \langle \Omega \rangle = \int \psi^* \hat{\Omega} \psi d\tau$$

ハイゼンベルグの不確定性原理

ある粒子の運動量と位置の両方を同時に、
任意の精度で決定することは不可能である。

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{1}{2} \hbar$$

$$\Delta p = \left\{ \langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2 \right\}^{1/2} \quad \Delta q = \left\{ \langle q^2 \rangle - \langle q \rangle^2 \right\}^{1/2}$$

$$\hat{Q}_1 \hat{Q}_2 \neq \hat{Q}_2 \hat{Q}_1$$

相補的なオブザーバル
可換でない