ポンプの所要仕事率（消費電力）：$P_E \neq P_P$

消費電力の一部が流体への仕事に変換される

η：ポンプの効率　流体への仕事に変換される割合

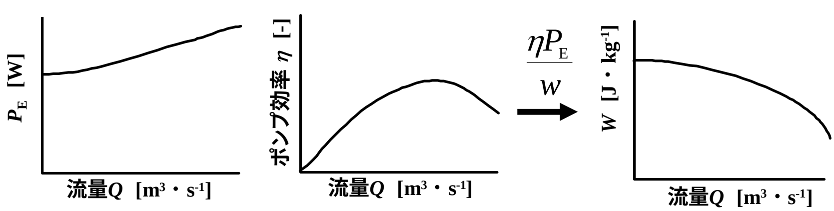
$$P_P = \eta P_E \longrightarrow P_E = \frac{P_P}{\eta} = \frac{W \cdot w}{\eta} = \frac{(50.8\,\mathrm{J \cdot kg^{-1}}) \cdot (1.0\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}})}{0.7} = 72.6\,\mathrm{J \cdot s^{-1}} = 72.6\,\mathrm{W}$$

実際にはP_E=72.6W，P_P=50.8Wのポンプを探して購入するわけではない

当然であるが。

必要な出力の計算結果とポンプの特性データから適切なポンプを選定する。

ポンプの特性



消費電力：P_E

W

読み取る

所定流量の時のポンプが実際に流体単位質量にすることのできる仕事

＜

エネルギー収支から求められる流体輸送に必要な仕事

ポンプが満足しなければならない条件

計算

$$W = \frac{1}{2}\left(u_2^2 - u_1^2\right) + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \sum_i F_i \sum$$

ポンプの出力が消費電力でなく揚程で表される場合（こちらが普通）

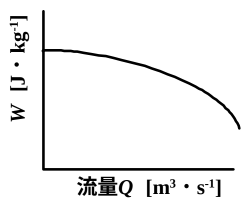
$$\frac{1}{2}u_1^2 + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + W = \frac{1}{2}u_2^2 + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + \sum_i F_\mathrm{i}$$

↓ gで除してヘッド（高さ）の次元に変換（資料3-45参照）

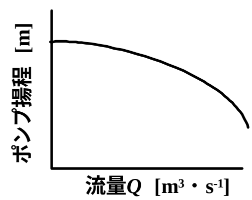
$$\frac{1}{2}\frac{u_1^2}{g} + z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{W}{g} = \frac{1}{2}\frac{u_2^2}{g} + z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\sum_i F_\mathrm{i}}{g}$$

所要揚程 $H=W/g$：ポンプが流体にすべき仕事をヘッドで表したもの

大小を比較



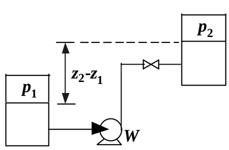
$$\text{ポンプ揚程} = \frac{W}{g}$$



配管による流体輸送の計画

管内径により摩擦損失，設置工事費，運転費用が異なる。

ポンプと配管内径の選定の手順



異なる内径の管に対して機械的エネルギー収支によりW，さらに出力P_pを計算

↓

それぞれの内径で計算されたP_pより大きい出力のポンプを候補として選ぶ

↓

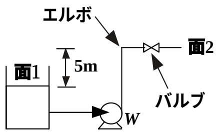
ポンプと配管の設置費用と年間の運転費用（電力使用量）などを考慮して最適な管内径とポンプを選定する

だいたいの傾向

内径	大	小	
配管設置費	高	安	
ポンプ設置運転費	安	高	（パイプが太い方が摩擦損失が小さくなるため）

補足1：流体をタンクからタンクへ輸送する場合

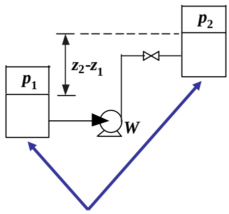
$$W=\frac{1}{2}\left(u_{a2}^2-u_{a1}^2\right)+g\left(z_2-z_1\right)+\frac{p_2-p_1}{\rho}+\sum_i F_i$$



例題2.7：面2の流速u_{a2}は面1の流速に比較して大きく，摩擦損失の生じる配管内流速と一致する

↓

u_{a1}のみを無視



・内径が十分に大きい
・液面が一定となるように操作

左図の場合：u_{a2}はu_{a1}同様十分に小さい，あるいは0

↓

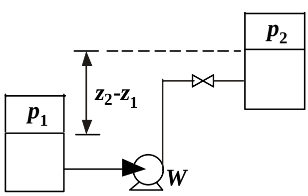
u_{a1},u_{a2}ともに無視

↓

機械的エネルギー収支式の運動エネルギーの項はなくなる

配管内の流速は摩擦損失項 $\sum F_i$ の計算にのみ用いられる。

補足2：機械的エネルギー収支式の圧力ヘッド項と圧力損失の違い



左図のような場合

配管での圧力損失：$\Delta P \neq p_1 - p_2$

であることに注意。

$$\frac{1}{2}u_1^2+gz_1+\frac{p_1}{\rho}+W=\frac{1}{2}u_2^2+gz_2+\frac{p_2}{\rho}+\sum_i F_i$$

$$\sum_i F_i=\sum\frac{\Delta P}{\rho}$$

$$\frac{1}{2}\left(u_1^2-u_2^2\right)+g\left(z_1-z_2\right)+\underbrace{\frac{p_1-p_2}{\rho}}_{\text{圧力ヘッド}}+W=\underbrace{\sum\frac{\Delta P}{\rho}}_{\text{圧力損失}}$$

圧力ヘッド： 面1，面2で流体がもつエネルギーのうち，圧力で表されるもの
全て失われるのではなく一部は運動エネルギー，位置エネルギーに変換

圧力損失：配管で摩擦により流体が失うエネルギー

5・2異形管内流れ

異形管内流れ：管路断面が楕円，長方形などである流れ

5・2・1速度分布

層流：ナビエーストークス方程式を解くことにより求められる
　長方形管（矩形管）の場合
　　・解は複雑
　　・放物線に近い形
乱流：長方形管，三角形管では二次流れが発生　（P.56図5・12）

5・2・2エネルギー損失

ファニングの式に基づいて求める（円管と同様）

ファニングの式

$$\Delta P = 4f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2}\rho u_{\mathrm{a}}^2$$

Dをどう定義するか？ ⟶ 動水半径により定義

動水半径：$r_{\mathrm{h}} \equiv \dfrac{(\text{管の断面積})}{(\text{管の周りの長さ})}$

辺の長さa,bの長方形管：$r_{\mathrm{h}} = \dfrac{ab}{2(a+b)}$

内径Dの円管：$r_{\mathrm{h}} = \dfrac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \dfrac{D}{4}$ ⟶ $D = 4r_{\mathrm{h}}$

異形管では$4r_{\mathrm{h}}$をファニングの式のDに代入

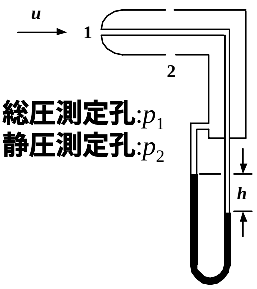
水力学的相当径

固定層内の流れでも用いる
（3年の機械的操作で）

f vs Reの関係は円管と異なる

流速・流量の測定(教科書9.流速測定法参照)

流速



1.総圧測定孔:p_1
2.静圧測定孔:p_2

ピトー管　1と2の間のベルヌイの式

$$\frac{1}{2}\rho u_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho u_2^2 + \rho g z_2 + p_2$$

↓ z=一定，u_1=0，u_2=u

$$p_1 = \frac{1}{2}\rho u^2 + p_2 \longrightarrow u = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}$$

総圧　動圧　静圧

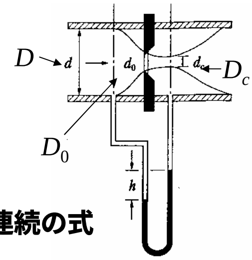
↓ 液柱マノメータ

$$p_1 - p_2 = \rho' g h - \rho g h = (\rho' - \rho) g h$$

$$u = \sqrt{2\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) g h}$$

流量

断面1：u_1　断面2：u_2



断面1と2についてのベルヌイの式

$$\frac{1}{2}\rho u_{a1}^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho u_{a2}^2 + p_2 \qquad (z\text{の変化がないため})$$

$$u_{a2}^2 - u_{a1}^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}$$

断面1，オリフィス孔部分，断面2についての連続の式

$$u_{a1}\frac{\pi D^2}{4} = u_{a2}\frac{\pi D_c^2}{4} = u_{a0}\frac{\pi D_0^2}{4} \longrightarrow u_{a1} = u_{a0}\frac{D_0^2}{D^2},\ u_{a2} = u_{a0}\frac{D_0^2}{D_c^2}$$

$$C_c = \left(\frac{D_c}{D_0}\right)^2 \text{：縮流係数} \qquad m = \left(\frac{D_0}{D}\right)^2 \text{：開孔比}$$

$$u_{a2}^2 - u_{a1}^2 = \left(\frac{1}{C_c^2} - m^2\right)\cdot u_{a0}^2$$

$$\left(\frac{1}{C_c^2}-m^2\right)\cdot u_{a0}^2=\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}$$

$$u_{a0}=\frac{C_c}{\sqrt{1-(C_c m)^2}}\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}$$

C_u:補正係数

$$C=\frac{C_c C_u}{\sqrt{1-(C_c m)^2}}$$ ：流量係数

$$Q=\frac{\pi D_0^2}{4}u_{a0}=C\cdot\frac{\pi D_0^2}{4}\cdot\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}=C\cdot\frac{\pi D_0^2}{4}\cdot\sqrt{2\left(\frac{\rho'}{\rho}-1\right)gh}$$

C:Reとmの関数

裕度限界レイノルズ数：$\mathrm{Re_T}=10^{4.185+2.831m-1.438m^2}$

Re>$\mathrm{Re_T}$ならば一定，次式で計算

$$C=0.597-0.011m+0.432m^2$$

A4. 流れ関数と速度ポテンシャル(教科書P.63囲み参照)

ここまで扱った速度分布に関する問題：

一次元定常流れ ⟶ 常微分方程式の問題

↓

二次元流れ等

↓

偏微分方程式の問題 ⟵ ・流れ関数 ・速度ポテンシャル ・境界層理論

A4･1流線･流跡線･流脈(教科書P.8)

流線：接線と速度ベクトル
の方向が一致

流跡線：着目した流体粒子の軌跡

流脈：ある固定点を通過した流体
粒子のある時刻における
位置を結んだ線

定常流では3つの線が一致