

単相交流電力測定

まず、交流電力における有効電力、無効電力、力率、皮相電力を導く。交流電圧を $V(t)$ 、交流電流を $I(t)$ 、角周波数を ω 電圧と電流の位相差を θ とする。 $V(t)$ 、 $I(t)$ は以下のように表すことができる。

$$V(t) = V_m \sin \omega t \quad (6.6)$$

$$I(t) = I_m \sin(\omega t - \theta) \quad (6.7)$$

V_m, I_m はそれぞれ電圧、電流の最大値である。電圧、電流の実効値 V_{rms}, I_{rms} は周期を T とすると

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V(t)^2 dt} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad (6.8)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I(t)^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (6.9)$$

となる。交流電力 P は電圧と電流の瞬時値の平均値であるので、

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T V(t)I(t)dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{2}V_{rms} \sin \omega t \sqrt{2}I_{rms} \sin(\omega t - \theta)dt \\ &= \frac{V_{rms}I_{rms}}{T} \int_0^T 2 \sin \omega t \sin(\omega t - \theta)dt \\ &= \frac{V_{rms}I_{rms}}{T} \int_0^T [\cos(\omega t - \omega t + \theta) - \cos(\omega t + \omega t - \theta)]dt \\ &= V_{rms}I_{rms} \cos \theta \end{aligned} \quad (6.10)$$

となる。負荷に抵抗成分とリアクタンス成分がある場合には電圧と電流の間に位相差が生じ、抵抗成分で消費される電力を有効電力 P_{eff} (effective power)[W]とよび

$$P_{eff} = V_{rms}I_{rms} \cos \theta \quad (6.11)$$

と書くことができる。ここで、皮相電力 S (apparent power)[VA]は

$$S = V_{rms}I_{rms} \quad (6.12)$$

である。皮相電力の単位は[VA]で[W]ではない。また、 $\cos \theta$ を力率(power factor)という。力率は皮相電力をどの程度の割合が実際に消費される電力になっているかを表す。さらに無効電力 Q (reactive power)[Var](Volts Amperes Reactive の略)は

$$Q = V_{rms}I_{rms} \sin \theta \quad (6.13)$$

と書くことができ、

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (6.14)$$

となる。

式 6.10 より

$$P = V_{rms}I_{rms} \frac{1}{T} \int_0^T \cos \theta - \cos(2\omega t - \theta)dt \quad (6.15)$$

となる。無効電力が大きいと(6.15)の第2項の寄与が相対的に増加する。被積分関数第2項の時間平均をとれば0となるが無効電力が大きい場合には瞬間的にはかなり大きな値となる。従って無効電力があると不必要に大きな電流を送る必要があり、電力会社が送電するときに問題が生じる。

まとめ

有効電力 $V_{rms} I_{rms}$

皮相電力 $V_{rms} I_{rms}$

無効電力 $V_{rms} I_{rms} \sin \theta$