

(a) 誤差の定義

コンピュータの中で数値計算を行なうのと実際の物理量や化学量を計測したデータを扱うもっとも大きな違いは、計測データには誤差が含まれていることである。電圧計や電流計を使ったことがある人は、測定するたびに微妙に読み取った値がずれることを経験したことがあるであろう。この誤差は工夫により減らすことはできるが、完全に除去するのは困難である。

誤差 ε は測定値 M と真値 T の差であり

$$\varepsilon = M - T \quad (1.1)$$

で定義される。また、(1.1)式の両辺を T で割ると

$$\frac{\varepsilon}{T} = \frac{M}{T} - 1 \quad (1.2)$$

となり、これを相対誤差、もしくは誤差率という。また、精度とは、正確さ (accuracy) と精密さ (precision) を含むものである。正確さは測定値の平均値と真値との差、精密さは繰り返し測定したときのばらつきの大きさを表わされる。

(b) 誤差の分類

測定の誤差には表 1.1 のように個人誤差、系統誤差、偶然誤差がある。

表 1.1 測定誤差の種類

個人誤差	誤操作、測定者固有のくせによる誤差
系統誤差	測定器の誤差、周囲の温度、湿度、電界、磁界等環境誤差
偶然誤差	原因不明か、わかっていても熱雑音のように人為的に取り除けない誤差

個人誤差はアナログ測定で計器のメータを読み取るときにおきる。また、系統誤差には測定器の誤差も含まれるが、校正時に残った誤差もこれに相当する。偶然誤差は、次節のような統計的取り扱いにより減少させることが可能である。

測定データの統計的取り扱い

(a) 平均値、標準偏差、ガウス分布

表 1.1 の偶然誤差を含む測定値は測定のたびに異なり、そのバラツキは図 1.3 に示すような**ガウス分布**(Gaussian Distribution)に従う。ガウス分布の確率密度関数 $f(x)$ は

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.3)$$

と表わせる。 $\bar{x}$ は**平均値**(Average)、 σ は**標準偏差**(Standard Deviation)で、それぞれ

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \quad (1.4)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.5)$$

である。ただし、測定回数を n とする。とくに平均値に対して $\pm 3\sigma$ の範囲に測定値が発生する確率は 99.7% になり、この範囲にほとんどの場合の測定値が発生すると考えて良い。

測定データのバラツキが問題になるときは、 $\bar{x}$ と σ の比が大きい方がよい。ガウス分布に従う場合には、この値は n が大きくなるほど改善され、 $\sqrt{n}$ に比例する。従って、測定データの確度は測定回数を増すほど改善されることになる。