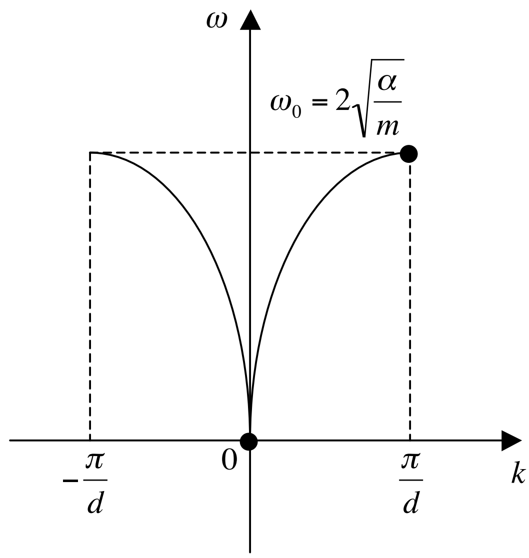
1次元の格子振動

山田明

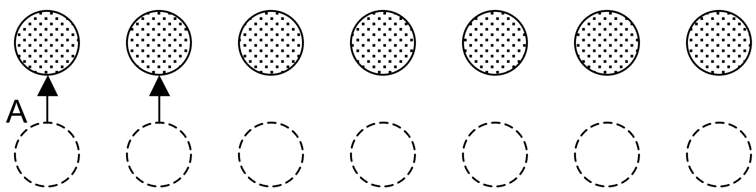
ω（角周波数）と k（波数）との関係が分かれば、格子振動の問題が解けている理由を簡単に説明する。

変位の式：$u_n = A\exp\{j(knd - \omega t)\}$

角周波数と波数との関係：$\omega = 2\sqrt{\dfrac{\alpha}{m}}\left|\sin(\dfrac{ka}{2})\right|$



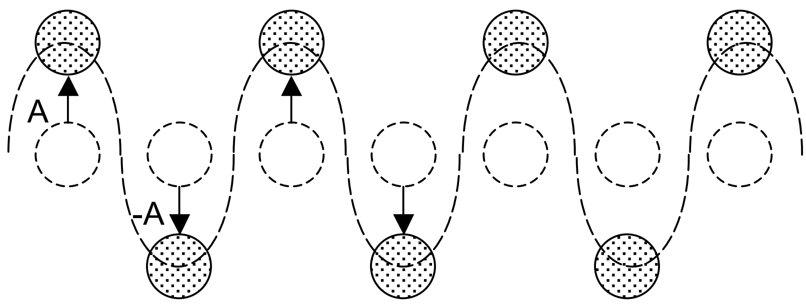
例えば、k=0 の時の解を見ると、ω=0 であることが分かる。この時の各原子の変位を計算すると、$u_n = A$と求められる。従ってこの時、各原子は下図に示すように、同変位で一斉に動くことになる。（この場合、振動と言うよりも、並進運動である。並進運動は、振動の特殊形態）



次に、k=π/d の時を考える。この時のωの値は、図に示した値を取る（この値をω_0とする）。この時の変位は、

$$u_n = A\exp(jn\pi)\exp(-j\omega_0 t) = \begin{cases} A\exp(-j\omega_0 t), n : even \\ -A\exp(-j\omega_0 t), n : odd \end{cases}$$

従って、n が偶数と奇数の場合で変位の符号が異なり、下図に示すように波長 2d（λ=2π/k が成立していることに注意）で振動数ω_0の波として振動していることが分かる。



同様に考えると、ωと k の関係が求まることで、固体中を伝わる波の様式が全て求められていることが理解できると思う。